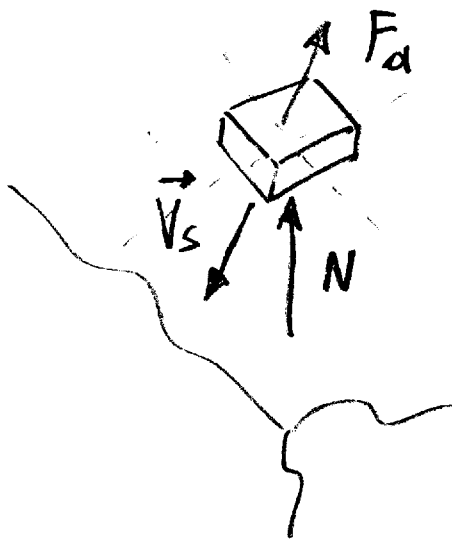


SI HA ATTRITO DINAMICO QUANDO C'E' STRISCIAMENTO  
FRA LE 2 PARTI

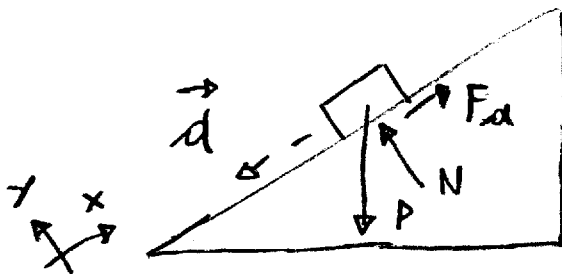
A QUESTO PUNTO LA FORZA E'  $F_d = N f_d$

IN CUI  $f_d$  E' IL COEFF. D'ATTRITO DINAMICO, LA  
DIREZIONE DELLA FORZA E' // ALLA VELOCITA'  
E VERSO OPPOSTO



LA VELOCITA' CHE  
CONTROLLA DIREZIONE  
(E VERSO) DELLA F. DI  
ATTRITO DINAMICO E' LA  
VELOCITA' DI STRISCIAMENTO  
CIOE' LA VEL. RELATIVA  
DI UN CORPO  
RISPETTO ALL' ALTRO

ESEMPIO: PIANO INCLINATO



$$N = P \cos \alpha$$

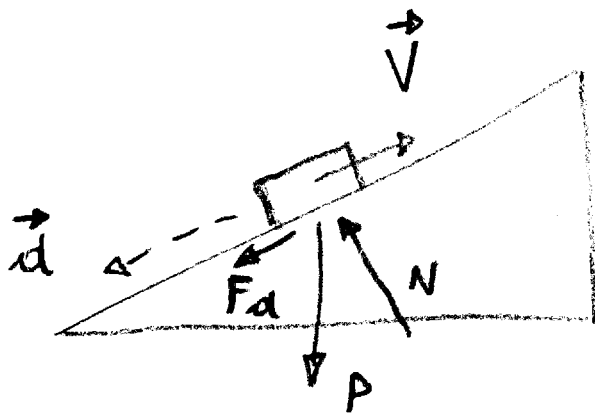
$$F_d = N f_d$$

$$-P \sin \alpha + F_d = -m a$$

$$a = \frac{P \sin \alpha - N f_d}{m}$$

$$= \frac{P \sin \alpha - P \cos \alpha f_d}{m} = g (\sin \alpha - \cos \alpha f_d)$$

IL VERSO DELLA F. DI ATTRITO DIPENDE  
DALLA VELOCITA', NON DALL'ACCELERAZIONE



IN QUESTO CASO:

$$a = g (\sin \alpha + \cos \alpha f_d)$$

GENERALMENTE  $f_d < f_a$ , ES.:  $f_d = 0.15$   
MENTRE  $f_a = 0.2$

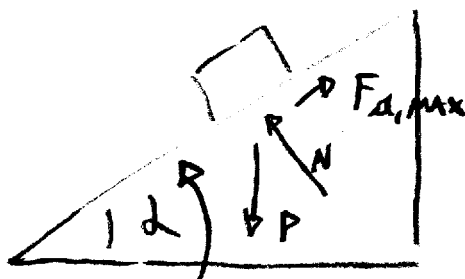
A VOLTE, PER SEMPLICITA', SI CONSIDERA  
UN UNICO COEFFICIENTE D'ATTRITO  $f$ , ES.:  $f = 0.2$   
SIA PER ADERENZA SIA PER C. D'ATT. DINAMICO

IN CONDIZIONI DINAMICHE C'E' UN CONTATTO MENO  
DIRETTO FRA LA RUGOSITA' DELLE DUE SUPERFICI

PER QUESTO  $f_d < f_a$  ] SI HA LA CONDIZ. LIMITE QUANDO:

$$\alpha = \arctan f_a$$

ATTRITO LIMITE,  
PIANO INCLINATO



SUPPONIAMO DI  
POTER REGOLARE  $\alpha$

INTRODOTTA UNA MINIMA  
PERTURBAZIONE, SI HA  
ATTRITO DINAMICO:

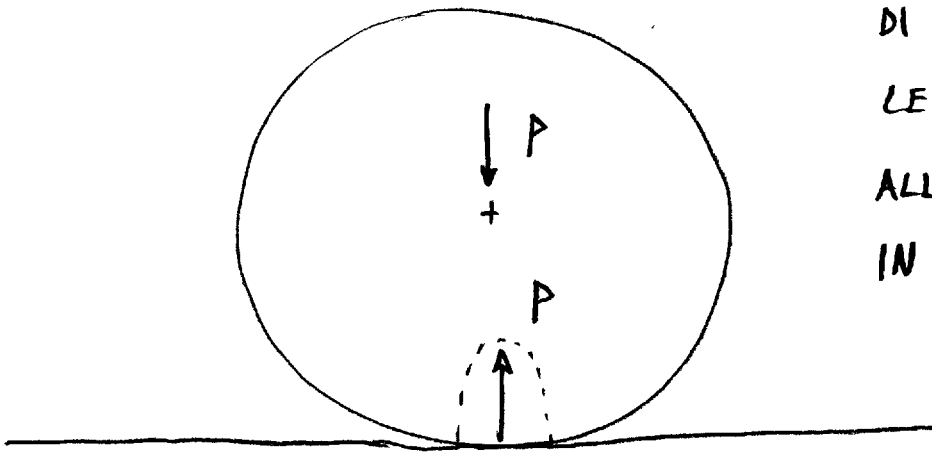
$$a = \frac{g}{\cos \alpha} (\tan \alpha - f_d)$$

$$= \frac{g}{\cos \alpha} (f_a - f_d)$$

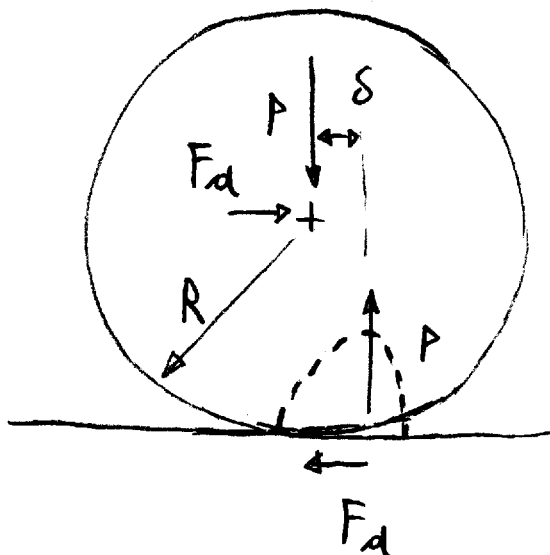
# ATTRITO VOLVENTE

L'ATTRITO VOLVENTE O DI ROTOLAMENTO SI HA FRA RUOTA E SUOLO, OPPURE NEI CUSCINETTI VOLVENTI. SI OPPONE AL ROTOLAMENTO GENERANDO UN DISASSAMENTO DELLA REAZIONE VERTICALE A CUI SEGUE UNA FORZA DI ADERENZA

IN ASSENZA DI ROTOLAMENTO LE DUE P SONO ALLINEATE, QUINDI IN EQUILIBRIO



LA COPPIA  $F_d R$  VA AD EQUILIBRARE  $P \delta$



$$F_d = \frac{\delta}{R} P$$

IL RAPPORTO  $S/R$  E' IL COEF. DI  
ATTRITO VOLVENTE

$$f_v = S/R$$

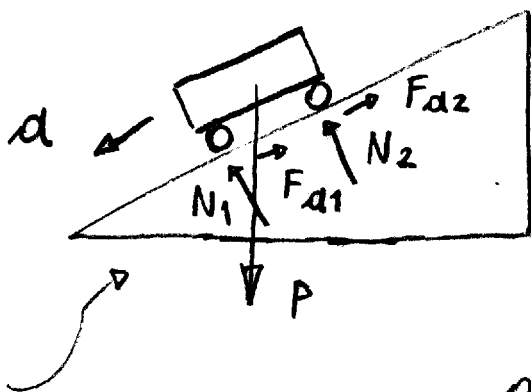
QUINDI  $F_d = f_v P$

$F_d$  E' UNA FORZA  
DI ADERENZA PERCHE'  
LA RUOTA RISPETTO  
AL SUOLO ROTOLA  
SENZA STRISCIARE

$f_v$  E' MOLTO PICCOLO:  $f_v = 0.001 - 0.002$

E OVVIAMENTE E' IL MOTIVO PER CUI  
SI PREFERISCE MUOVERE I MEZZI DI TRASPORTO  
SU RUOTA INVECE CHE A STRISCIAMENTO

### ESEMPIO



SI TRASCURA  
L'INERZIA A ROTAZIONE  
(II CARDINALE)  
DELLE RUOTE

$$\alpha = \frac{P \sin \alpha - (N_1 + N_2) f_v}{m}$$

$$N_1 + N_2 = P \cos \alpha$$

SOSTITUENDO:

$$\alpha = g (\sin \alpha - \cos \alpha f_v)$$

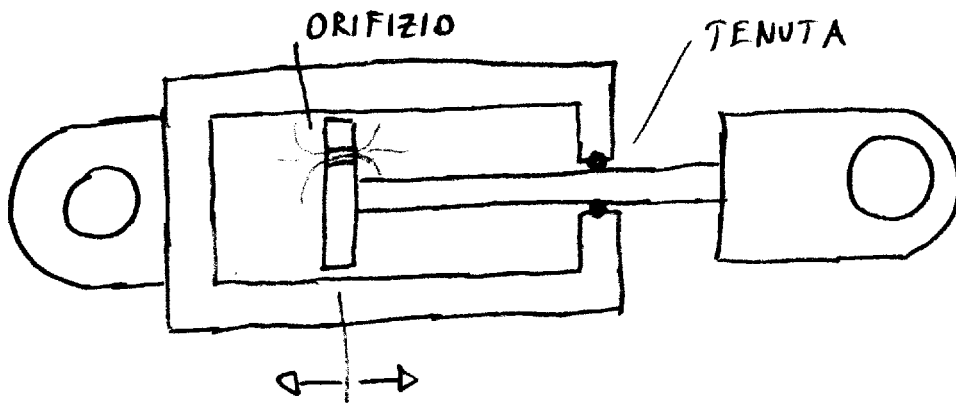
# FORZA DI RESISTENZA VISCOSA

(APPLICAZIONE: DISSIPATORE VISCOSO, AMMORTIZZATORE)

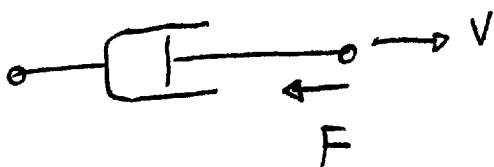
## SIMBOLO DEL MODELLO MECCANICO



IN EFFETTI SI TRATTA DI UN CILINDRO DIVISO IN DUE CAMERE DA UNO STANTUFFO (PISTONE) CON UNO O PIU' ORIFIZI:



MUOVENDO LO STANTUFFO IL FLUIDO (VISCOSO) DEVE ATTRAVERSARE L'ORIFIZIO, LA RESISTENZA E' PROPORZIONALE ALLA VELOCITA', OVVIAMENTE CON VERSO OPPOSTO

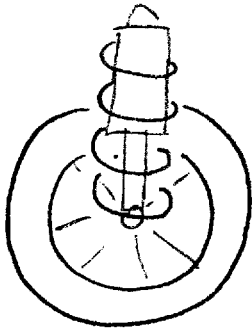


FORZA DI RESISTENZA VISCOSA:

$$F = -cV$$

ANCHE QUESTA E' UNA FORMA DI ATTRITO PERO' LEGATA ALLA VELOCITA', MENTRE NELL'ATTRITO DINAMICO E ANCHE VOLVENTE IL MODULO DELLA VEL. NON DETERMINA LA FORZA

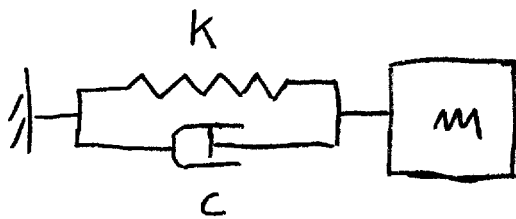
# TIPICA APPLICAZIONE



SOSPENSIONE (MOLLA)  
+  
AMMORTIZZATORE

MODELLO MECCANICO EQUIVALENTE:

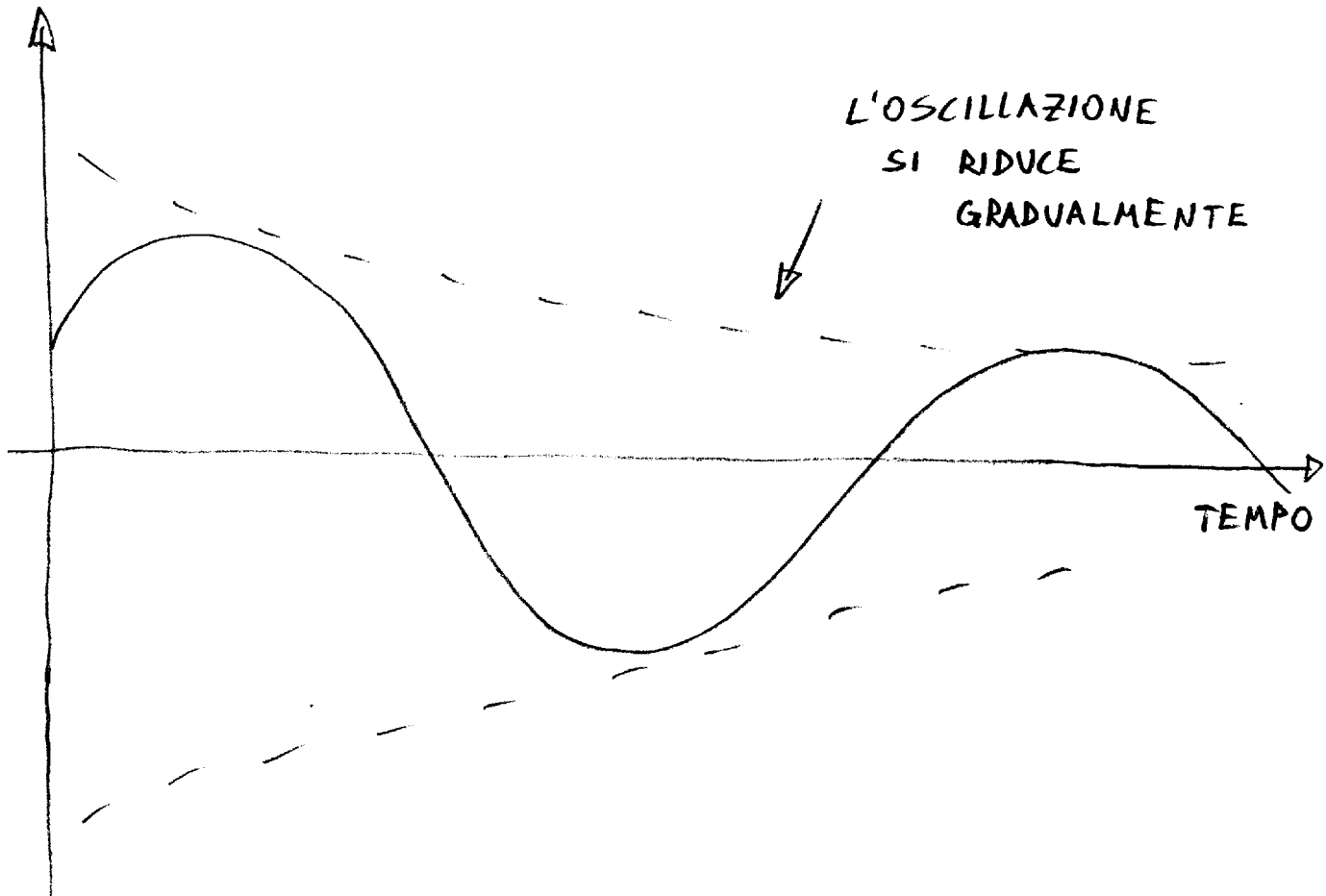
MASSA, RIGIDEZZA E SMORZATORE VISCOSO IN PARALLELO



"MODELLO A  
PARAMETRI CONCENTRATI"

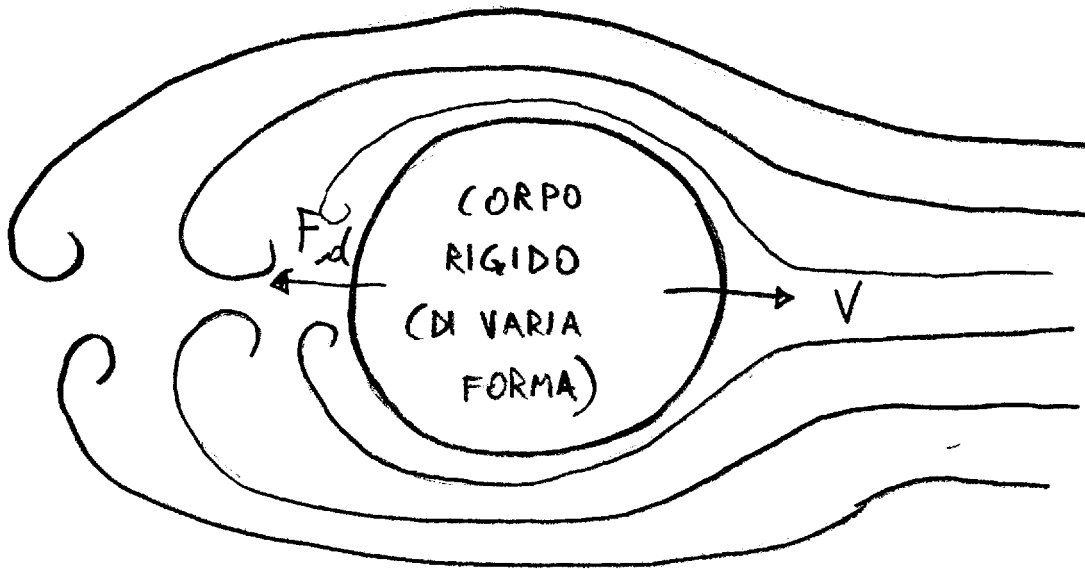
SCEGLIENDO OPPORTUNAMENTE IL VALORE DI  $C$   
SI OTTIENE IL MOTO ARMONICO SMORZATO

SPOSTAMENTO



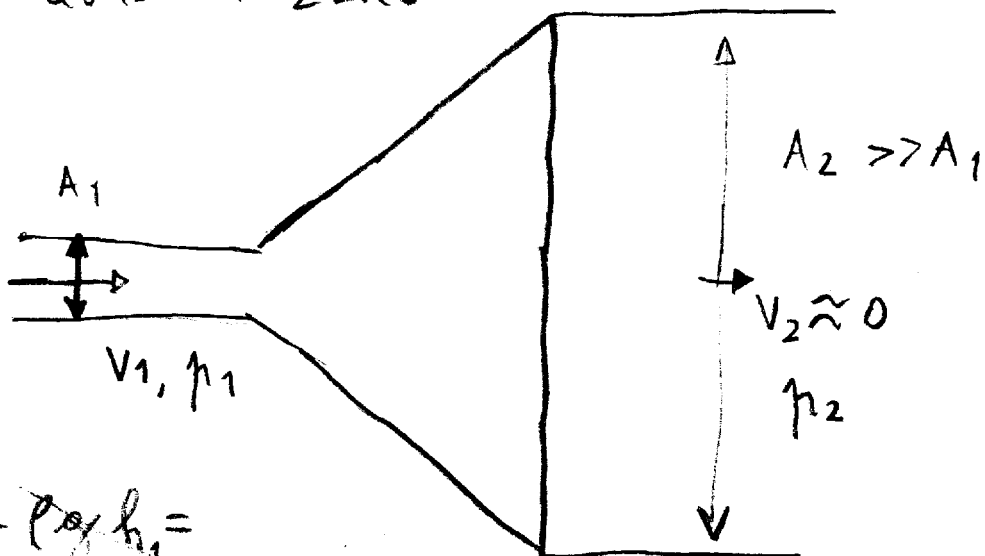
# RESISTENZA FLUIDODINAMICA / AERODINAMICA

UN CORPO CHE SI MUOVE IN UN LIQUIDO O IN ARIA SUBISCE UNA RESISTENZA DAL FLUIDO STESSO



IN PRIMA APPROSSIMAZIONE LA FORZA DI RESISTENZA E' LEGATA AL QUADRATO DELLA VELOCITA', QUESTO DERIVA DA BERNOULLI:

CONSIDERANTO UN CONDOTTO FLUIDO (LIQUIDO) CON FORTE VARIAZIONE DI SEZIONE, QUINDI VELOCITA' PORTATA QUASI A ZERO



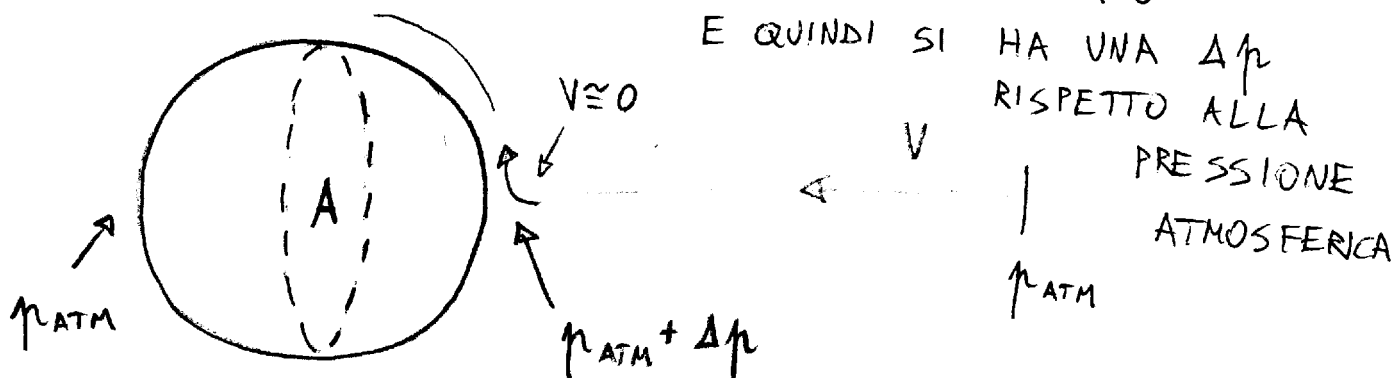
$$p_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} + \rho g h_1 =$$

$$p_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + \rho g h_2$$

QUINDI

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho \frac{V_1^2}{2}$$

CONSIDERANDO IL MOTO DEL CORPO NEL FLUIDO,  
O MEGLIO IL MOTO DEL FLUIDO RISPETTO AL CORPO  
SI HA CHE IL FLUIDO VIENE "FERMATO" DAL CORPO



$$\Delta p = \rho \frac{V^2}{2}$$

LA FORZA QUINDI

E' PRESSIONE PER AREA, ED INFINE SI INSERISCE  
UN COEFFICIENTE CORRETTIVO  $C_d$

$$F_d = C_d \frac{1}{2} \rho V^2 A$$

↑ DRAG                      ↑ DRAG                      ↑ AREA PROIETTATA

$C_d$  A VOLTE VIENE INDICATO  $C_x$ , X RAPPRESENTA  
LA DIREZIONE DEL FLUSSO, ED ANCHA A E' L'AREA  
PROIETTATA SECONDO LA DIREZIONE DEL FLUSSO

IN QUESTO CASO LA FORZA E' PROPORZIONALE  
AL QUADRATO DELLA VELOCITA'



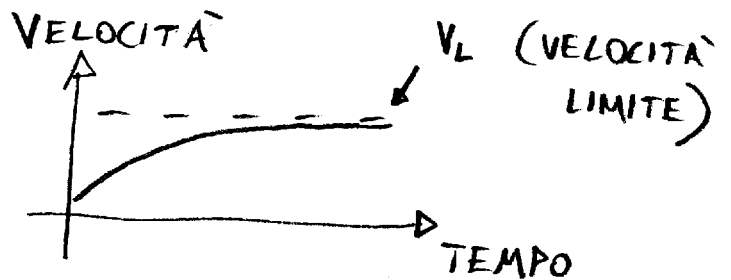
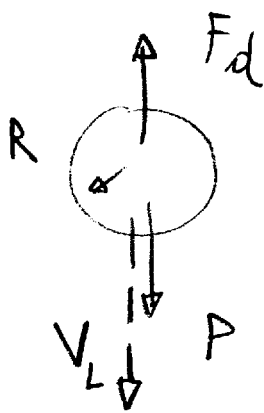
$C_d$  HA COME VALORE DI RIFERIMENTO 1

PER CORPI "TOZZI", ES UN CUBO, MENTRE PER CORPI AFFUSOLATI, AD ESEMPIO UN'ALA, SI PUO' AVERE:

$$C_d < 0.1$$

L'APPLICAZIONE TIPICA E' DETERMINARE LA VELOCITA' LIMITE IN UN FLUIDO

AD ESEMPIO UN PROIETTILE IN CADUTA, PER EFFETTO DEL PESO, ACCELERA FINO A TROVARE EQUILIBRIO FRA IL PESO STESSO E LA RESISTENZA DELL'ARIA



IMPONENDO L'EQUILIBRIO:

DENSITA' DEL PIOMBO:  $11300 \text{ Kg/m}^3$

$$P = \rho_p V g - 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$F_d = C_d \frac{1}{2} \rho_a V_L^2 A$$

$C_d$  (SFERA)  $\approx 0.5$

$\rho_a$  (DENSITA' ARIA):  $1.2 \text{ Kg/m}^3$

A: AREA SFERA (PROIEZIONE)

V: VOLUME SFERA

$$A = \pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

IMPONENDO L'EQUILIBRIO

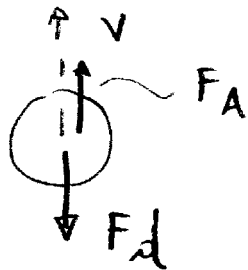
$$\rho_P \frac{4}{3} \pi R^3 g = C_d \frac{1}{2} \rho_A V_L^2 \pi R^2$$

$$V_L = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{1}{C_d} \frac{\rho_P}{\rho_A} R g} = 44 \text{ m/s} = 160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

ES.  $R = 4 \text{ mm}$   $\nearrow$   $0.004 \text{ m}$

BOLLA D'ARIA

IN QUESTO CASO LA FORZA E' LA SPINTA DI ARCHIMEDE, VERSO L'ALTO, INVECE LA  $F_d$  VERSO IL BASSO



$$F_A = \rho_L V g$$

DENSITA' LIQUIDO,  
ES. ACQUA

$$F_d = C_d \frac{1}{2} \rho_L V_L^2 A$$

SI OTTIENE:

$$V_L = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{1}{C_d} \frac{\rho_P}{\rho_L} R g}$$

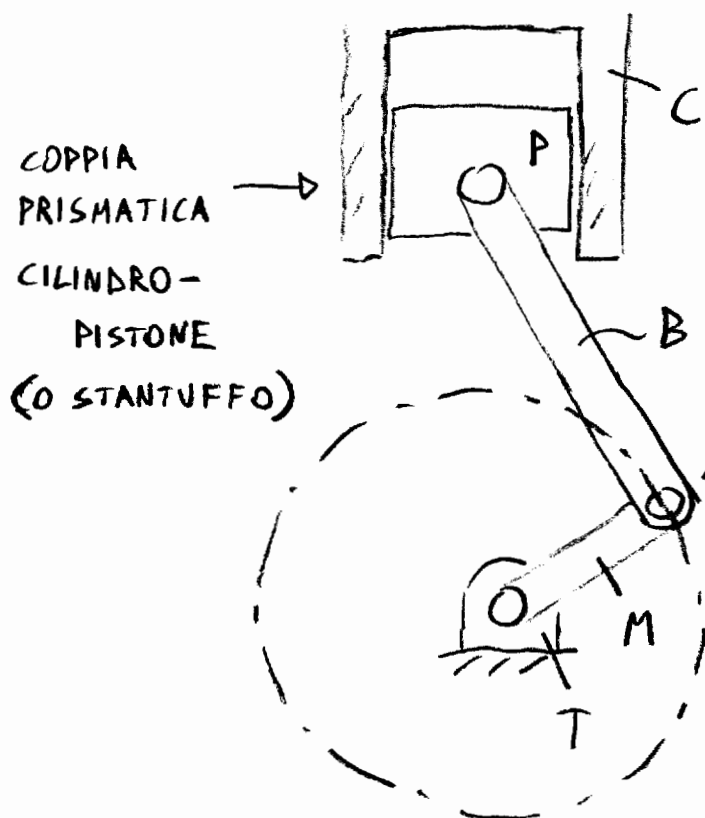
ES.: BOLLA DI 1 cm:  $V_L = 0.72 \text{ m/s} = 2.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

MECCANISMI: PIU' CORPI CHE POSSONO  
MUOVERSI FRA LORO

IL MECCANISMO E' A SUA VOLTA UNA PARTE  
DI UNA MACCHINA

ESEMPIO DI MECCANISMO:

PISTONE, BIELLA E MANOVELLA



LE VARIE PARTI  
SONO COLLEGATE FRA  
LORO MEDIANTE  
COPPIE CINEMATICHE

COPPIA ROTOIDALE  
FRA DUE PARTI DEL  
MECCANISMO

ALCUNE PARTI SONO COLLEGATE CON PARTI ESTERNE  
AL MECCANISMO, A VOLTE INDICATE COME  
"TELAIO ESTERNO", IN QUESTO CASO: IL  
CILINDRO E IL FULCRO DELLA MANOVELLA SONO  
TELAIO ESTERNO

LE COPPIE CINEMATICHE, COME SCHEMI MECCANICI, SONO LA STESSA COSA DEI VINCOLI: LA COPPIA PRISMATICA E' IL CARRELLO, MENTRE LA COPPIA ROTOIDALE E' LA CERNIERA. L'INCASTRO INVECE NON HA UN EQUIVALENTE COME COPPIA CINEMATICA PERCHE' NON PERMETTE IL MOVIMENTO

---

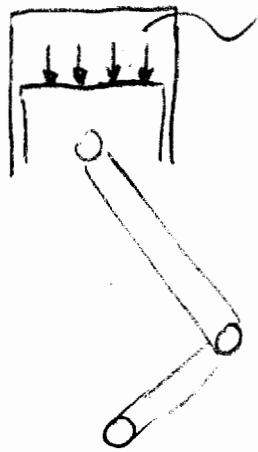
NEI MECCANISMI E' DI FONDAMENTALE IMPORTANZA DETERMINARE LE FORZE CHE SI SCAMBIANO LE VARIE PARTI VINCOLATE FRA LORO

---

IN MOLTI CASI SI PUO' FARE LO STUDIO STATICO ANCHE SE APPROSSIMATO, QUESTO HA SENSO QUANDO LE ACCELERAZIONI SONO BASSE, O MEGLIO QUANDO LE FORZE APPARENTI SONO PICCOLE RISPETTO ALLE ALTRE FORZE

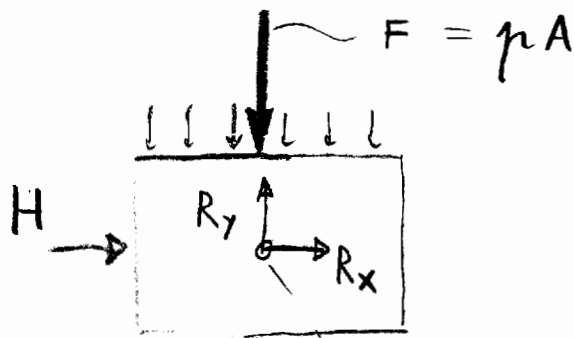
QUESTA APPROSSIMAZIONE CI PERMETTE DI IGNORARE LA DINAMICA E QUINDI IMPOSTARE SEMPRE UN EQUILIBRIO STATICO ANCHE SE I CORPI SUBISCONO ACCELERAZIONI

# EQUILIBRIO (STATICO) DEL MECCANISMO PISTONE, BIELLA E MANOVELLA



COME DATO DI PARTENZA  
SUPPONIAMO DI CONOSCERE LA  $p$   
(PRESSIONE INTERNA AL CILINDRO)

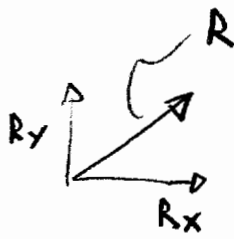
SI APPLICA L'EQ. STATICO AL CORPO PISTONE P:  
TUTTE LE FORZE CHE AGISCONO SUL PISTONE  
DEVONO COSTITUIRE UN SISTEMA EQUILIBRATO



$F$  E' LA RISULTANTE  
DELLA PRESSIONI CHE  
AGISCONO SULLA  
SUPERFICIE DEL PISTONE  
 $p$  E' NOTA  
QUINDI  $F$  SI RICAVA  
FACILMENTE

$H$  E' LA FORZA  
ESERCITATA SUL PISTONE  
DAL CILINDRO, PER ADESSO  
E' UNA FORZA INCOGNITA,

PERO' HA DIREZIONE ORIZZONTALE QUINDI  
HA DIREZIONE NOTA, SOLO L'INTENSITA' E'  
INCOGNITA

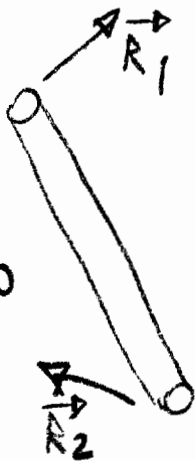


LA FORZA  $R = (R_x, R_y)$

INVECE E' INCOGNITA SIA  
COME DIREZIONE SIA COME  
INTENSITA', OPPURE SI  
PUO' DIRE CHE SONO  
INCOGNITE ENTRAMBE LE  
SUE DUE COMPONENTI

PER RIUSCIRE A RISOLVERE L'EQ. DEL PISTONE  
DOBBIAMO PRIMA OTTENERE L'INFORMAZIONE SULLA  
DIREZIONE DI R ANALIZZANDO LA BIELLA

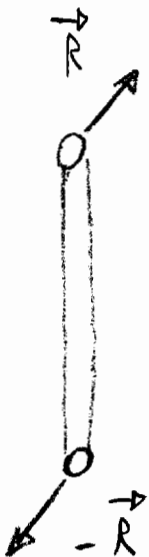
NO  
EQUILIBRIO



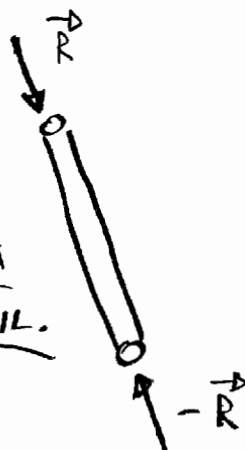
UNA BIELLA E' CORPO CHE  
E' CARICATO SOLO ALLE  
ESTREMITA' DA 2 CERNIERE

L'UNICO MODO PER AVERE  
EQUILIBRIO E' CHE LE 2  
CERNIERE ESERCITINO 2 FORZE  
UGUALI ED OPPOSTE ED  
ALLINEATE (TRAZ. O COMPR.)

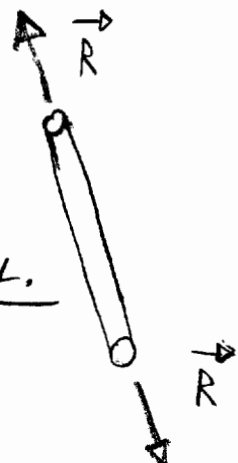
NO  
EQUILIBRIO



OK  
EQUIL.



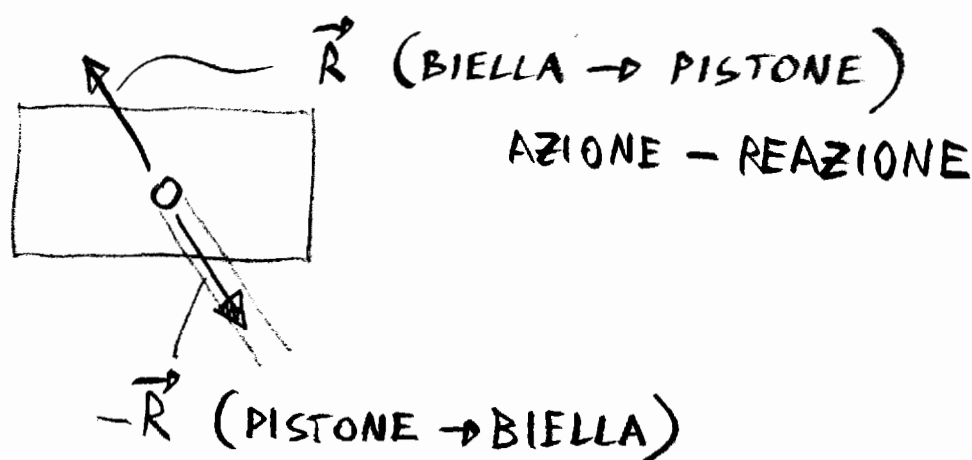
OK  
EQUIL.



# PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE

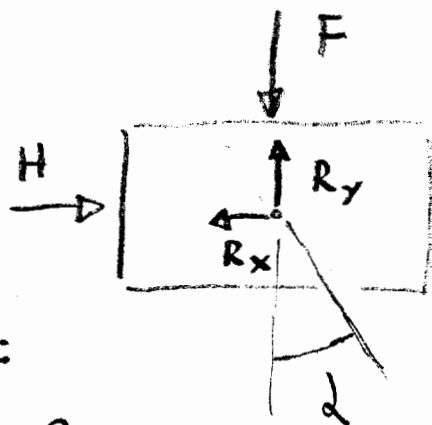
NELLO STUDIO DEI MECCANISMI E' DI FONDAMENTALE IMPORTANZA RICORDARE CHE SE UN CORPO ESERCITA UNA FORZA SU DI UN'ALTRO L'ALTRO CORPO ESERCITA UNA FORZA UGUALE E CONTRARIA SUL PRIMO

QUINDI: PISTONE - BIELLA



ALLINEATA CON LA DIREZ. DELLA BIELLA

-----  
ADESSO SI PUO' RISOLVERE L'EQ. DEL PISTONE:



$$R_x = R \sin \alpha$$

$$R_y = R \cos \alpha$$

EQUILIBRIO:

$$H - R_x = 0$$

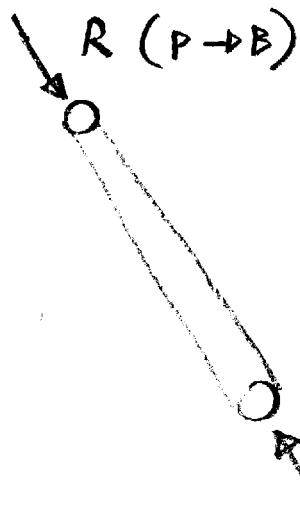
$$-F + R_y = 0$$

$$R_y = F = pA$$

$$R = R_y / \cos \alpha = pA / \cos \alpha$$

$$H = R_x = R \sin \alpha = pA \tan \alpha$$

EQ. BIELLA

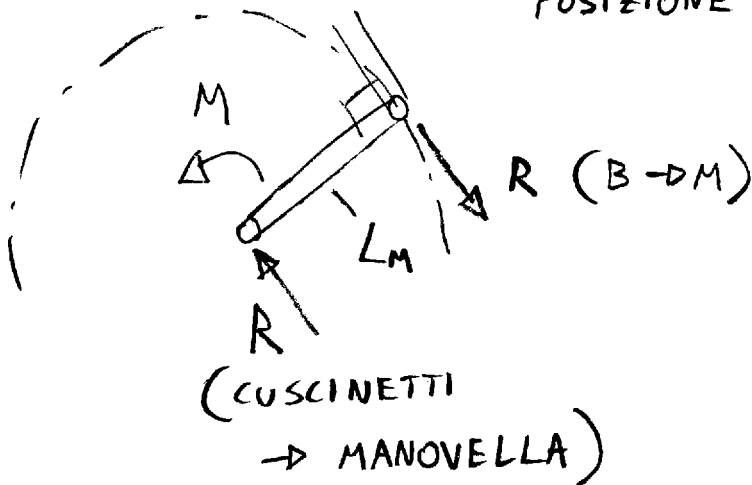


$$R = \frac{P A}{\cos \alpha}$$

(COMPRESSIONE)

EQ. MANOVELLA

PER SEMPLICITA' CONSIDERIAMO LA POSIZIONE DI "QUADRATURA"

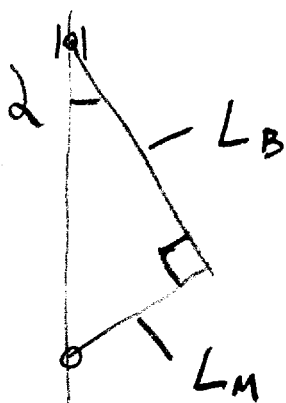


DI NUOVO PER L'EQUIL. (STATICO)

$$M = R L_M = \frac{P A}{\cos \alpha} L_M$$

M : MOMENTO ALBERO -> MANOVELLA

NELLA POSIZIONE DI QUADRATURA :



$$\cos \alpha = \frac{L_M}{L_B} \text{ (LUNGH. MANOVELLA)}$$

$$\cos \alpha = \frac{L_M}{L_B} \text{ (LUNGH. BIELLA)}$$

$$\alpha = \arccos(L_M / L_B)$$

ALTRE POSIZIONI ANGOLARI RICHIEDEREBBERO CALCOLI CON GLI ANGOLI PIU' COMPLICATI...



# ESEMPIO NUMERICO

$$d \text{ (CILINDRO)} = 30 \text{ mm}$$

$$p = 100 \text{ bar}$$

$$L_M = 50 \text{ mm}$$

$$L_B = 90 \text{ mm}$$

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = 707 \text{ mm}^2$$

$$F = p A = 7070 \text{ N}$$

10 MPa

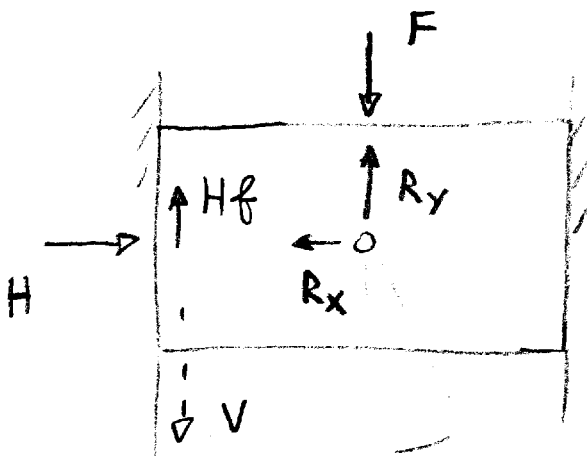
$$\alpha = \arctan \frac{L_M}{L_B} = 29.1^\circ$$

$$R = F / \cos \alpha = 6180 \text{ N}$$

$$M = R L_M = 309 \text{ N m}$$

VARIANTE CON ATTRITO

FORZA DI ATTRITO:  $H f$  (ATTRITO DINAMICO)

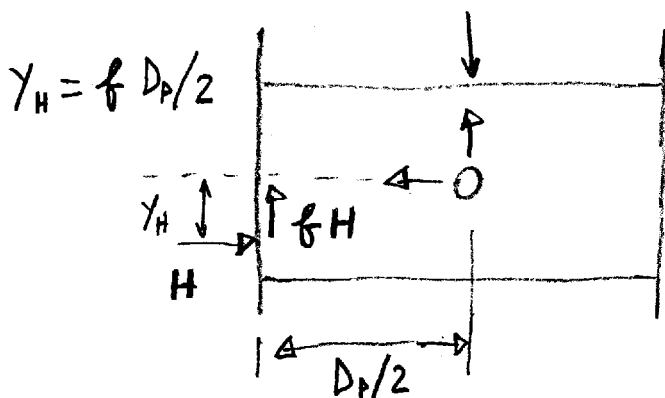


$$\begin{cases} R_y - F + Hf = 0 \\ H - R_x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_x = R \sin \alpha \\ R_y = R \cos \alpha \end{cases}$$

OLTRE A RISOLVERE IL SISTEMA, LA POSIZIONE DI H DEVE ESSERE PIU' BASSA PER L'EQ. A MOMENTO

$$\begin{cases} R \cos \alpha - F + Hf = 0 \\ H - R \sin \alpha = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} H = R \sin \alpha \\ R (\cos \alpha + f \sin \alpha) = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} R = \frac{F}{\cos \alpha + f \sin \alpha} \\ H = \frac{F \sin \alpha}{\cos \alpha + f \sin \alpha} \end{cases}$$