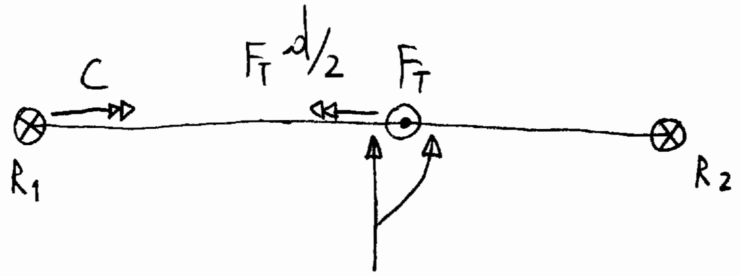
DISCONTINUITÀ DELLA C. S.

AD ESEMPIO NELL'ESERCIZIO PRECEDENTE



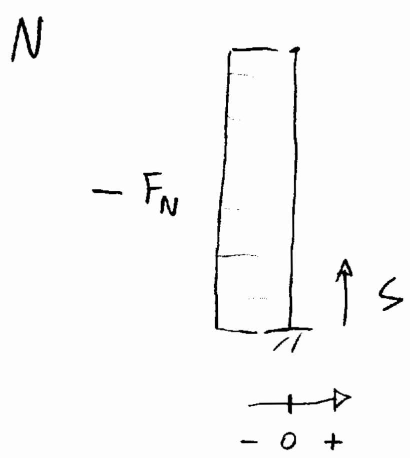
A SX DEL P.TO DI CONTATTO CON L'UTENSILE $M_T = -F_T \, d/2$

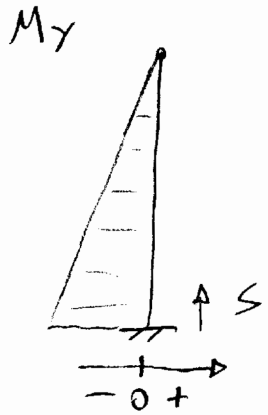
INVECE A DX $M_T = 0$

DIAGRAMMI DELLA SOLLECITAZIONE

PUO' ESSERE UTILE RIPORTARE L'ANDAMENTO DI CIASCUNA CARATTERISTICA LUNGO LA COORDINATA DELLA TRAVE (COORDINATA S)

ESEMPIO UTENSILE





$$M_Y = -F_T \, (L - s)$$

ANDAMENTO LINEARE, DEL MOM. FLETTENTE.

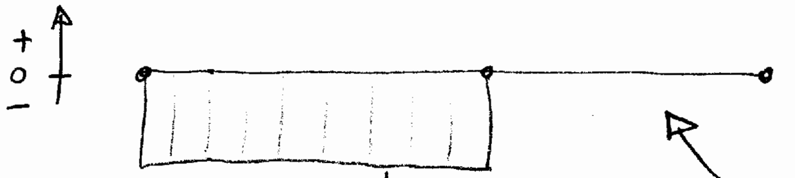
IL VALORE NELLA SEZ. D'INCASTRO SI OTTIENE SOSTITUENDO $s = 0$

$$M_T(s=0) = -F_T \, L$$

LA FORZA NORMALE E' COSTANTE SU TUTTA LA LUNGHEZZA DELLA TRAVE

PEZZO SU TORNIO

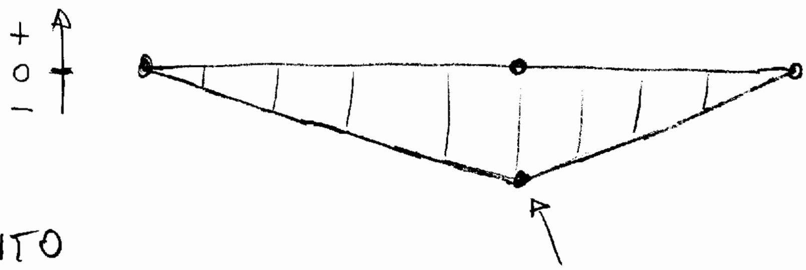
M_T



$-F_T\, d/2$ $\qquad = 0$

(COSTANTE)

M_x



ANDAMENTO LINEARE

$$M_{MAX} = -R_1 (L - L_U)$$

(IN MODULO)

$$= -F_T \frac{L_U (L - L_U)}{L}$$

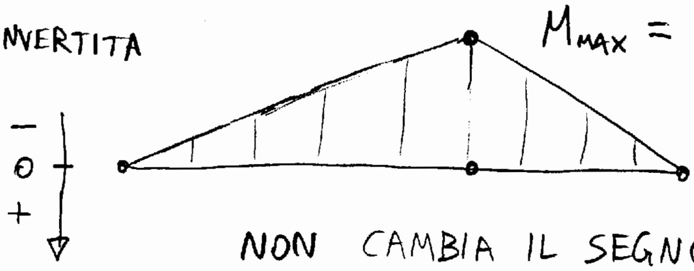
REGOLA GRAFICA: RAPPRESENTAZIONE DEL MOMENTO DALLA PARTE DELLE "FIBRE TESE"

OVVIAMENTE OTTENGO LO STESSO RISULTATO SIA CONSIDERANDO MONTE OPPURE VALLE

QUINDI PER LE TRAVI ORIZZONTALI SI METTE LA SCALA CON IL + VERSO IL BASSO

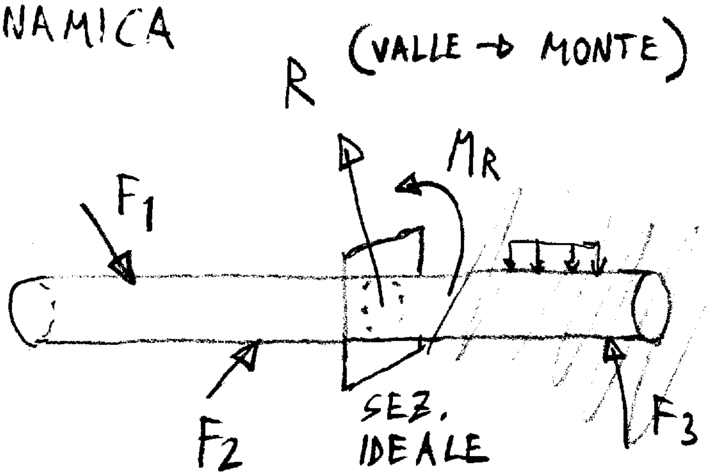
$$M_{MAX} = -F_T \frac{L_U (L - L_U)}{L}$$

VIENE SOLO INVERTITA LA SCALA DI RAPPRESENTAZIONE



NON CAMBIA IL SEGNO DEL MOMENTO

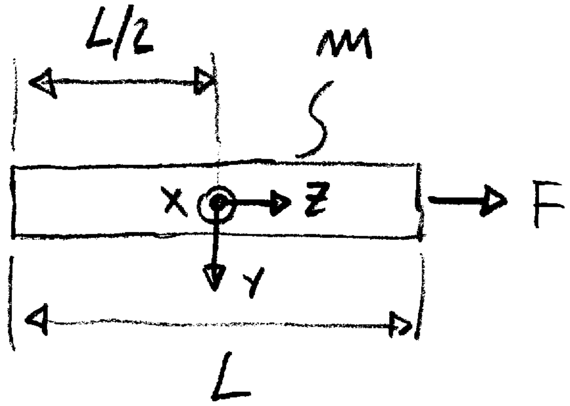
CARATTERISTICHE DELLA SOLLECITAZIONE IN DINAMICA



IN STATICA, FARE L'EQUILIBRIO DI VALLE E POI RIPORTARE (CAMBIATE DI SEGNO) R, M_R SU MONTE EQUIVALE A RIDURRE IL SISTEMA DI FORZE CHE AGISCE SU VALLE RISPETTO AL BARICENTRO.

IN DINAMICA, INVECE, SI DEVE CONSIDERARE CHE LA PORZIONE DI TRAVE (VALLE) STA ACCELERANDO, QUINDI SI DEVE FARE L'EQUILIBRIO (DINAMICO) DI VALLE O DI MONTE.

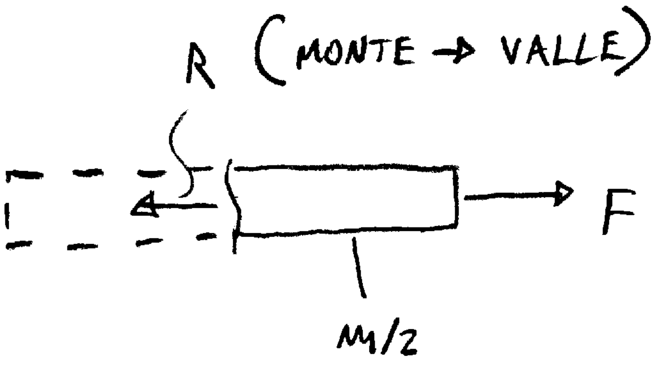
ES.: BARRETTA IN TRAZIONE ACCELERATA



L'ACCELERAZIONE DELLA BARRA E':

$$a_B = \frac{F}{m}$$

EQUILIBRIO (DINAMICO) DELLA PARTE DI VALLE:



LA METÀ DI VALLE DELLA TRAVE HA MASSA m/2 (DISTRIBUZIONE UNIFORME DELLA MASSA) E ACCELERA ALLA STESSA ACC. a_B:

$$\frac{m}{2}\,a = F - R$$

DA CUI SI RISOLVE R:

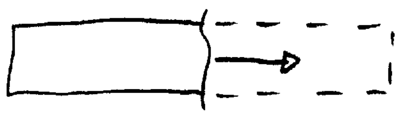
$$R = F - \frac{m\,a_B}{2}$$

RICORDANDO CHE $a_B = \frac{F}{m}$ SOSTITUENDO:

$$R = F - \frac{\cancel{m}}{2}\,\frac{F}{\cancel{m}} = F/2$$

PER IL PRINCIPIO DI AZ.-REAZ.

EQUILIBRIO MONTE



CARATT. SOLL.:

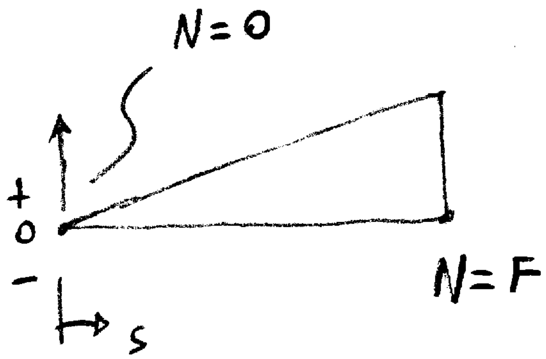
$N = R = F/2$

TUTTE LE ALTRE SONO $= 0$

QUINDI LA TRAZIONE E' SOLO $F/2$
PER EFFETTO DELLA DINAMICA!

— —

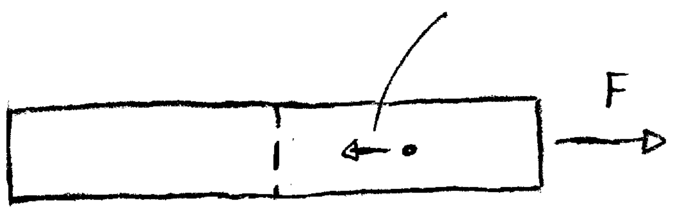
APPLICANDO LA SEZIONE IDEALE IN QUALUNQUE ALTRO PUNTO DELLA TRAVE, IN QUESTO ESEMPIO, SI HA UNA DISTRIBUZIONE LINEARE DELLA TRAZIONE



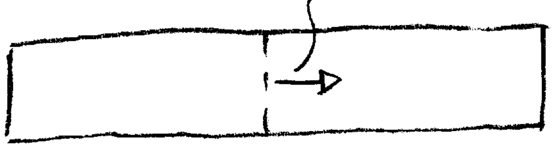
— — —

PER RI-OTTENERE LA POSSIBILITÀ DI TROVARE LE CAR. DELLA SOLL. COME RIDUZIONE DEL SISTEMA DI FORZE DI VALLE E' SUFFICIENTE INTRODURRE IL SISTEMA NON INERZIALE SOLIDALE ALLA TRAVE, RISPETTO A CUI LA TRAVE É FERMA, CONSIDERANDO PERO' LE FORZE APPARENTI DI TRASCINAMENTO

FORZA DI TRASCINAMENTO $F_t = \frac{m}{2} a_B$



$R = F - F_t = F/2$



(STESSO RISULTATO)

STATO DI TENSIONE TRAVI

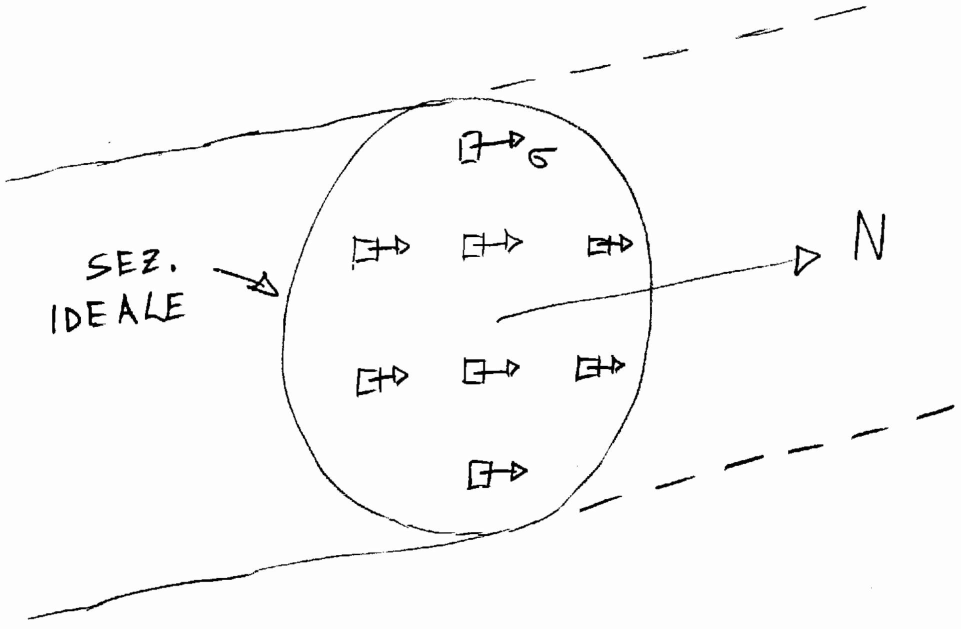
LE VARIE CARATTERISTICHE DELLA SOLLECITAZIONE PRODUCONO, CIASCUNA, UNO STATO DI TENSIONE

AGENDO SIMULTANEAMENTE I VARI CONTRIBUTI SI SOMMANO

FORZA NORMALE

LA F.N. PRODUCE DELLE TENSIONI DI TIPO σ, UNIFORMI SU TUTTA L'AREA DELLA TRAVE

(σ: TENSIONI NORMALI)



PER L'EQUILIBRIO

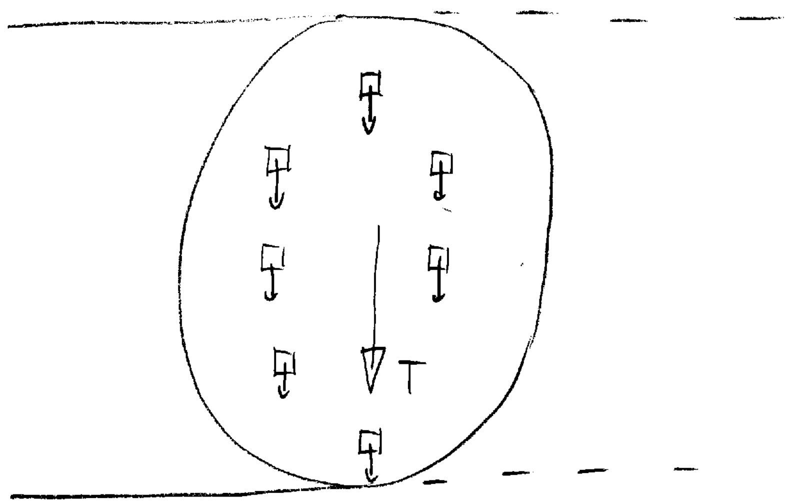
$$\sigma = \frac{N}{A}$$

SI RAPPRESENTA COME UNA DISTRIBUZ. UNIFORME

TAGLIO

IL TAGLIO PRODUCE DELLE TENSIONI DI TIPO τ NON UNIFORMI SULL'AREA DELLA SEZIONE

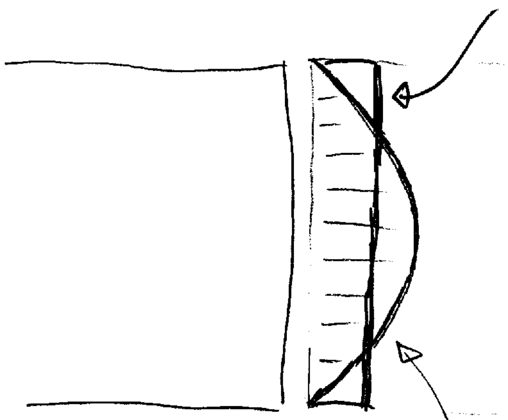
(τ: TENSIONI TANGENZIALI)



LA FORMA DELLA DISTRIBUZIONE DIPENDE DALLA GEOMETRIA DELLA SEZIONE

APPROSSIMATIVAMENTE:

$$\tau = \frac{T}{A}$$

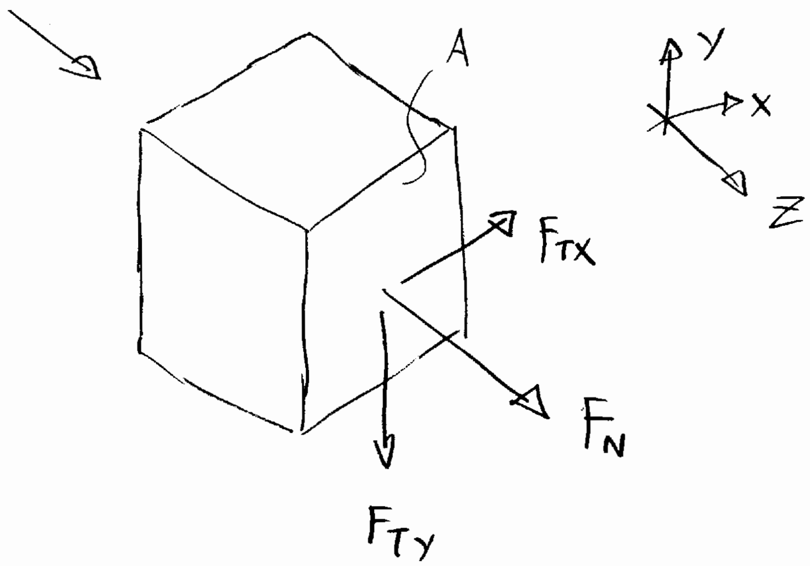


EFFETTIVA FORMA

LA TEORIA DI JOURAWSKI PERMETTE DI TROVARE L'EFFETTIVA DISTRIBUZIONE PER VARIE FORME DI SEZIONE

TENSIONI NORMALI / TENSIONI TANGENZIALI

CUBETTO DI MATERIALE



ISOLANDO UN CUBETTO MOLTO PICCOLO DI MATERIALE LA TENSIONE NORMALE E' LA FORZA CHE AGISCE PERPENDICOLARMENTE ALLA SUPERFICIE, DIVISO L'AREA STESSA

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

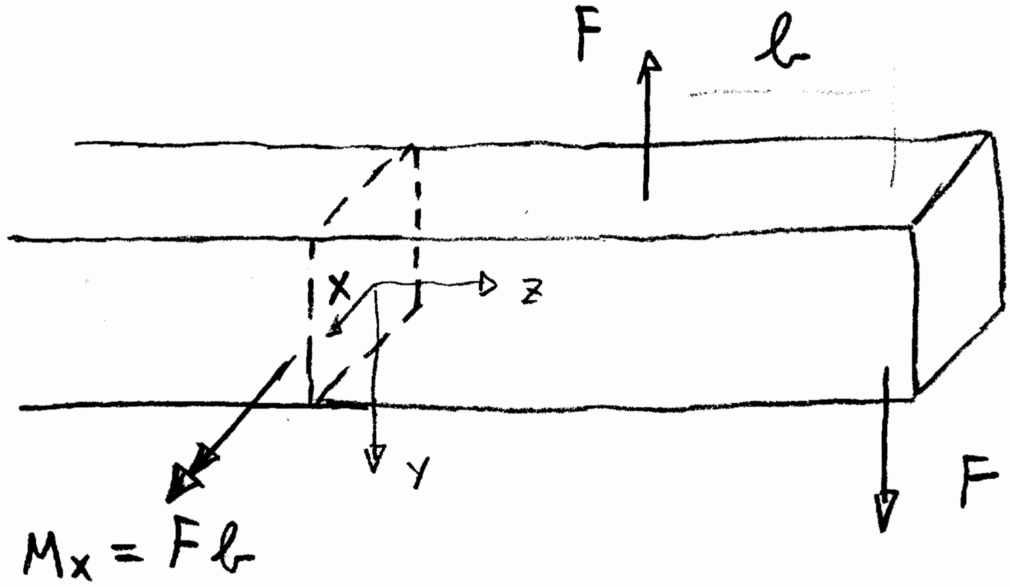
INVECE LE COMPONENTI TANGENZIALI SONO

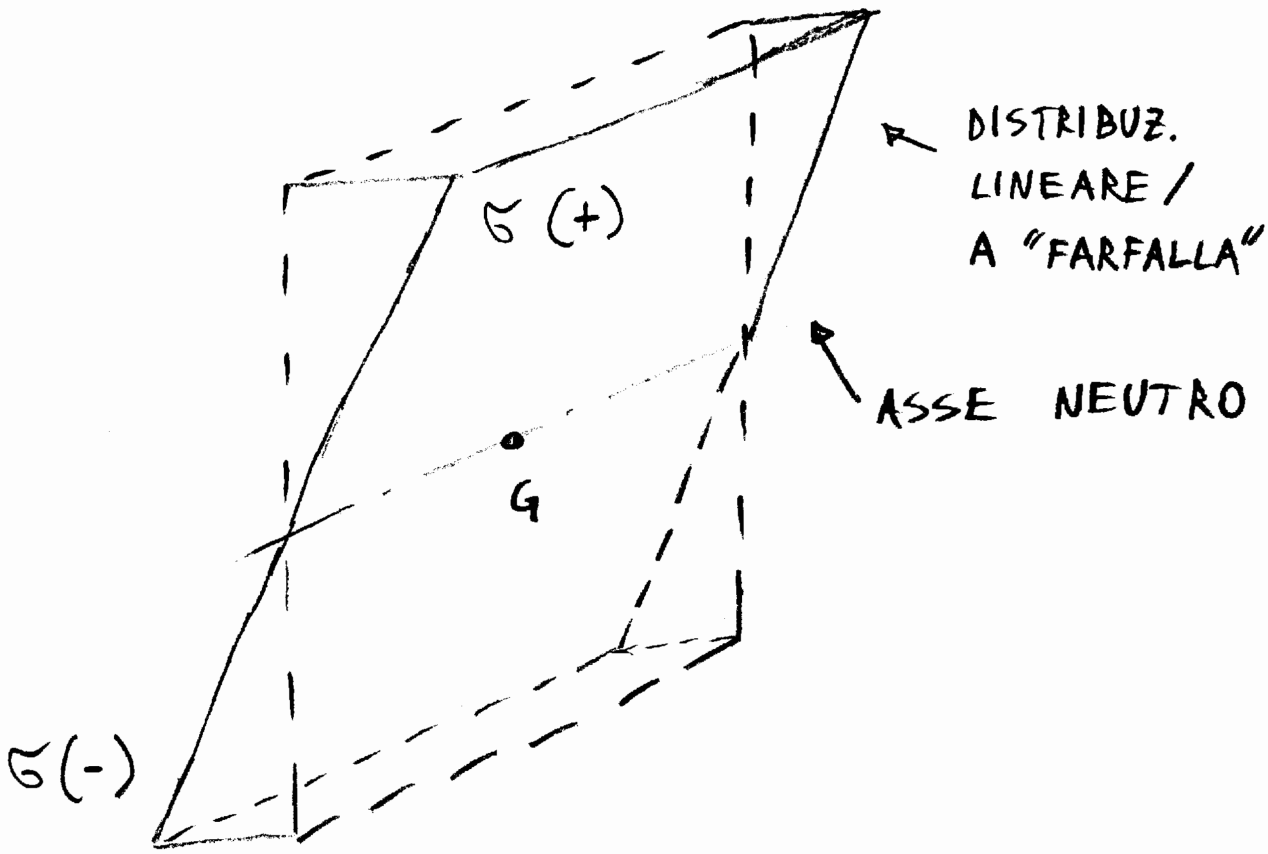
$$\tau_x = \frac{F_{TX}}{A} \quad , \quad \tau_y = \frac{F_{TY}}{A}$$

QUINDI SI CONSIDERANO LE FORZE CHE AGISCONO PARALLELAMENTE ALLA SUPERFICIE

FLESSIONE

LA FLESSIONE GENERA TENSIONI DI TIPO σ (NORMALI), PER EQUILIBRIO DA UNA PARTE POSITIVE DALL'ALTRA NEGATIVE, RISPETTO ALL'ASSE NEUTRO, CON DISTRIBUZIONE LINEARE

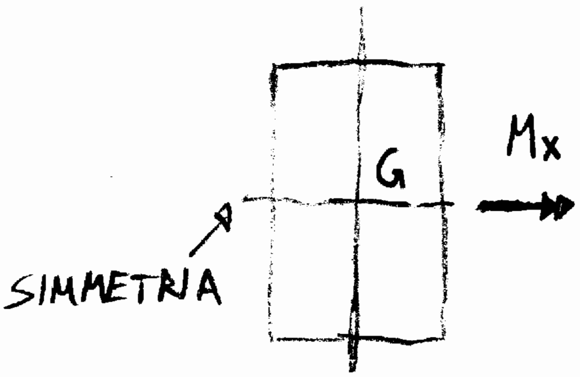




L'ASSE NEUTRO PASSA PER IL BARICENTRO E HA LA DIREZIONE DEL MOMENTO SE LA FLESSIONE E' RETTA, SE INVECE LA FLESSIONE E' DEVIATA L'ASSE NEUTRO E' COMUNQUE BARICENTRICO MA CON DIREZIONE DIVERSA RISPETTO AL MOMENTO

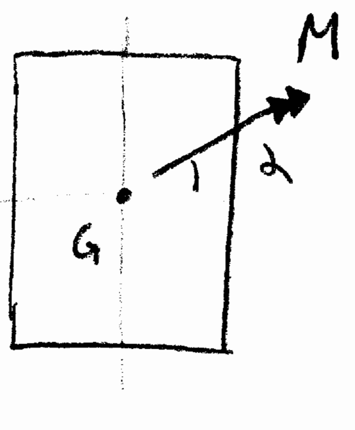
FLESSIONE RETTA O DEVIATA DIPENDE DALLA FORMA DELLA SEZIONE

SEZIONE RETTANGOLARE

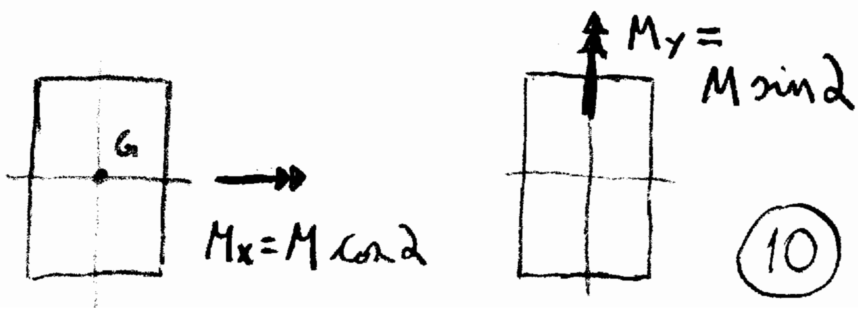


SE IL MOMENTO E' SECONDO UNA DELLE DIREZIONI DI SIMMETRIA, LA FL. E' RETTA

SE INVECE E' INCLINATO, LA FLESSIONE E' DEVIATA

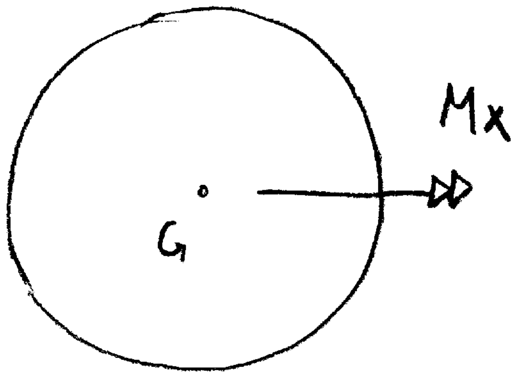


PERO' PUO' ESSERE VISTA COME LA SOMMA DI 2 FL. RETTE:

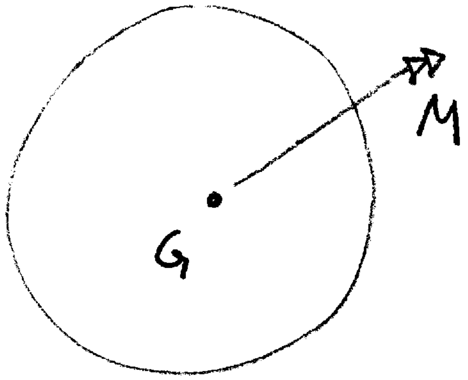


SEZIONE CIRCOLARE

QUALUNQUE DIREZIONE DI M E' FL. RETTA :



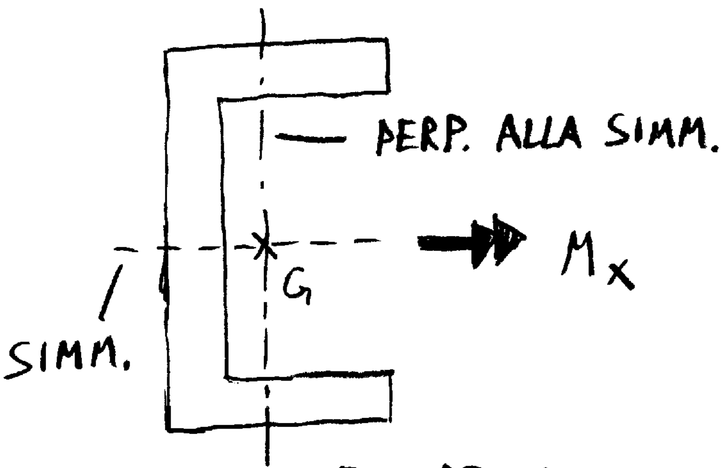
FL. RETTA



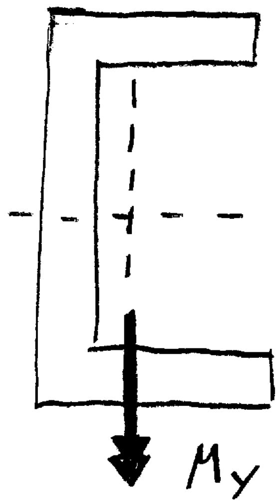
FL. RETTA

SEZIONE CON UNA SIMMETRIA

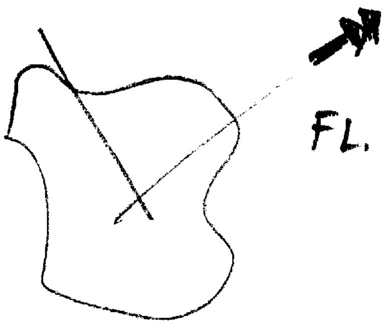
LA DIREZ. DI SIMMETRIA O LA DIREZIONE PERPENDICOLARE SONO DI FL. RETTA



FL. RETTA



CASO PIU' GENERALE



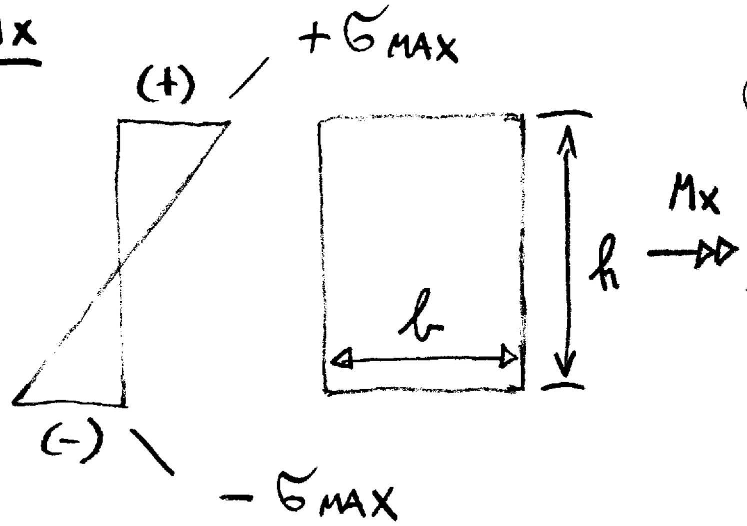
FL. RETTA

UNA QUALUNQUE SEZIONE HA SEMPRE DUE DIREZIONI, PERPENDICOLARI FRA LORO, DI FLESSIONE RETTA

LA TENSIONE MASSIMA DI FLESSIONE SI TROVA IN CORRISPONDENZA DEI PUNTI PIÙ DISTANTI DALL' ASSE NEUTRO

SEZIONE RETTANGOLARE

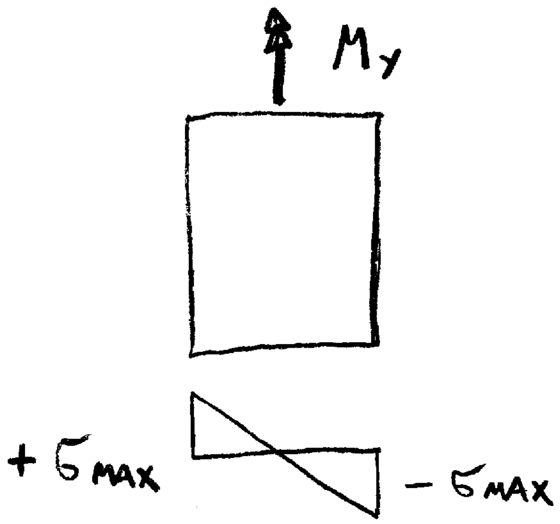
$\underline{M_x}$



$$\sigma_{MAX} = \frac{M_x}{W_x}$$

$$W_x = \frac{1}{6} b h^2$$

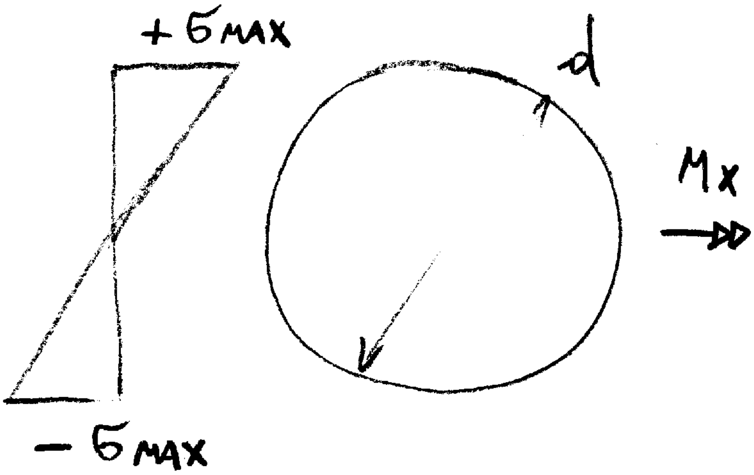
$\underline{M_y}$



$$\sigma_{MAX} = \frac{M_y}{W_y}$$

$$W_y = \frac{1}{6} h b^2$$

SEZ. CIRCOLARE

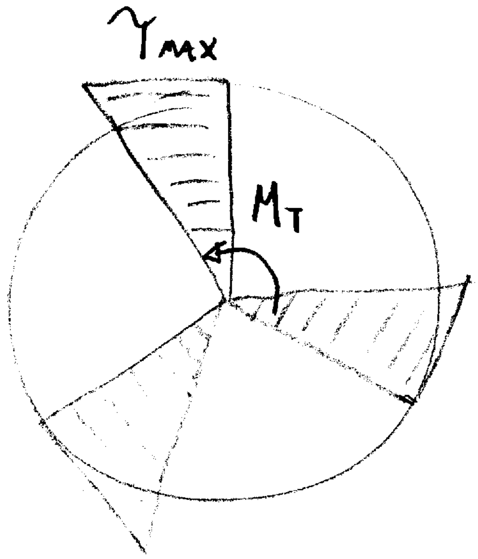


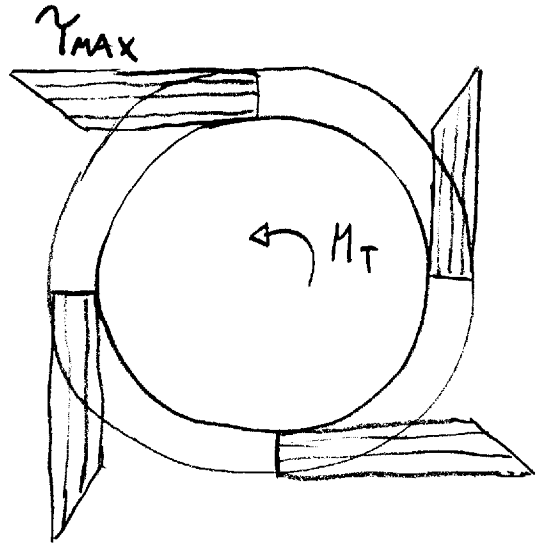
$$\sigma_{MAX} = \frac{M_x}{W_x}$$

$$W_x = \frac{\pi}{32} d^3$$

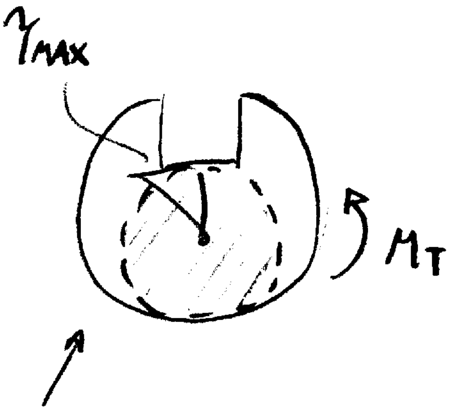
TORSIONE

LA TORSIONE GENERA TENSIONI DI TIPO τ (TANGENZIALI) CON DISTRIBUZIONE CRESCENTE DAL CENTRO VERSO L'ESTERNO, NEL CASO DI SEZ. CIRCOLARE L'ANDAMENTO E' LINEARE, ANCHE PER SEZ. ANULARE



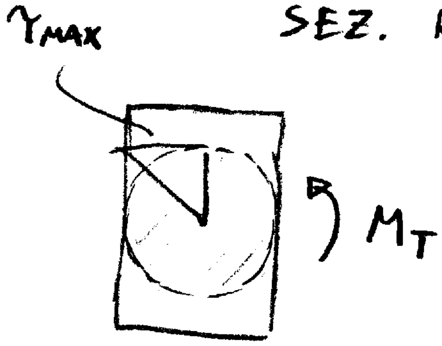


IN ALTRE SEZIONI LA DISTRIBUZIONE DELLE τ E PIU' COMPLICATA, PER SEMPLICITA' SI PUO' CONSIDERARE IL MASSIMO CERCHIO ISCRITTO

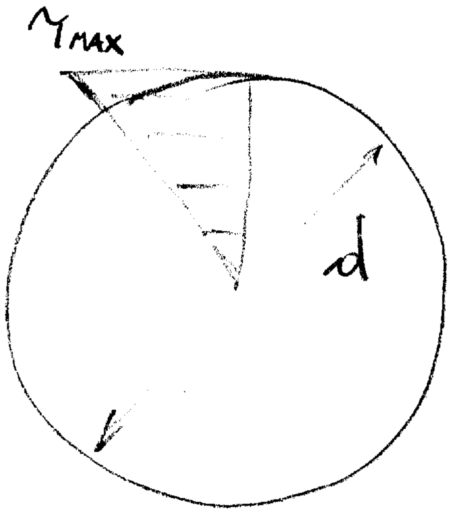


SEZ. SEDE LINGUETTA

SEZ. RETTANGOLARE



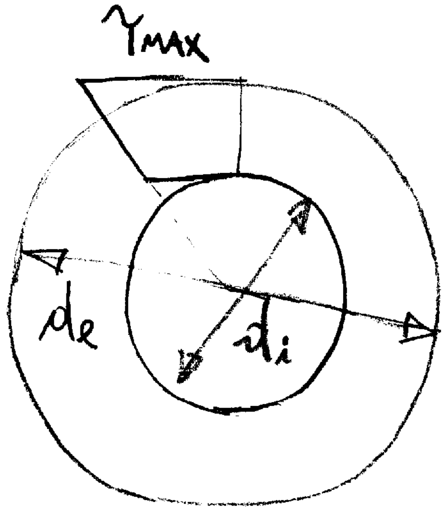
SEZ. CIRCOLARE



$$\tau_{MAX} = \frac{M_T}{W_T}$$

$$W_T = \frac{\pi}{16} d^3$$

SEZ. ANULARE



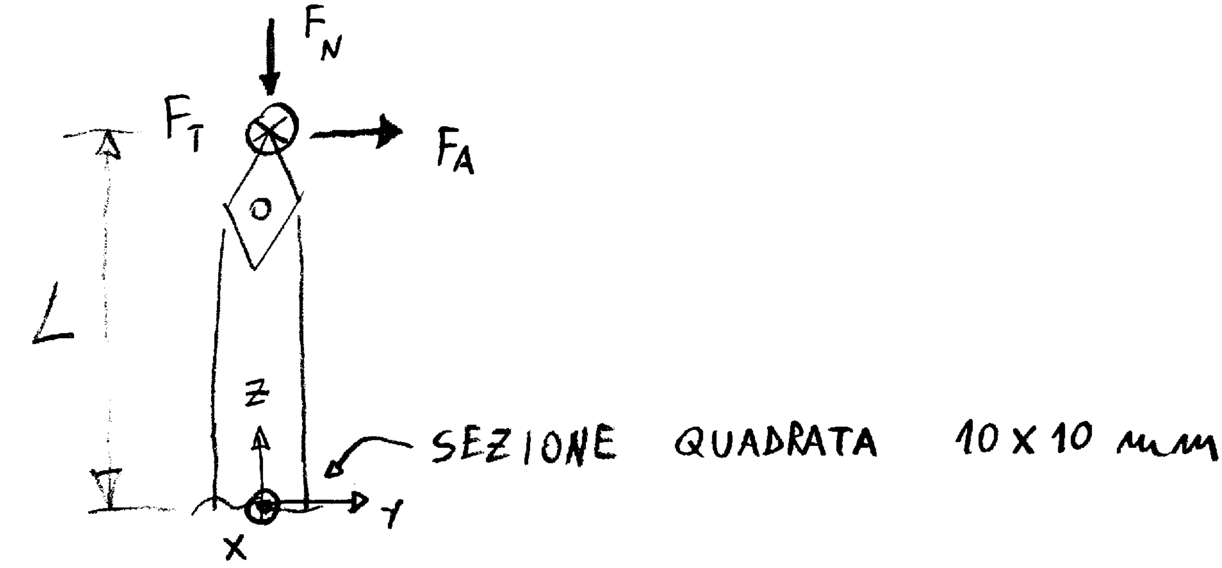
$$\tau_{MAX} = \frac{M_T}{W_T}$$

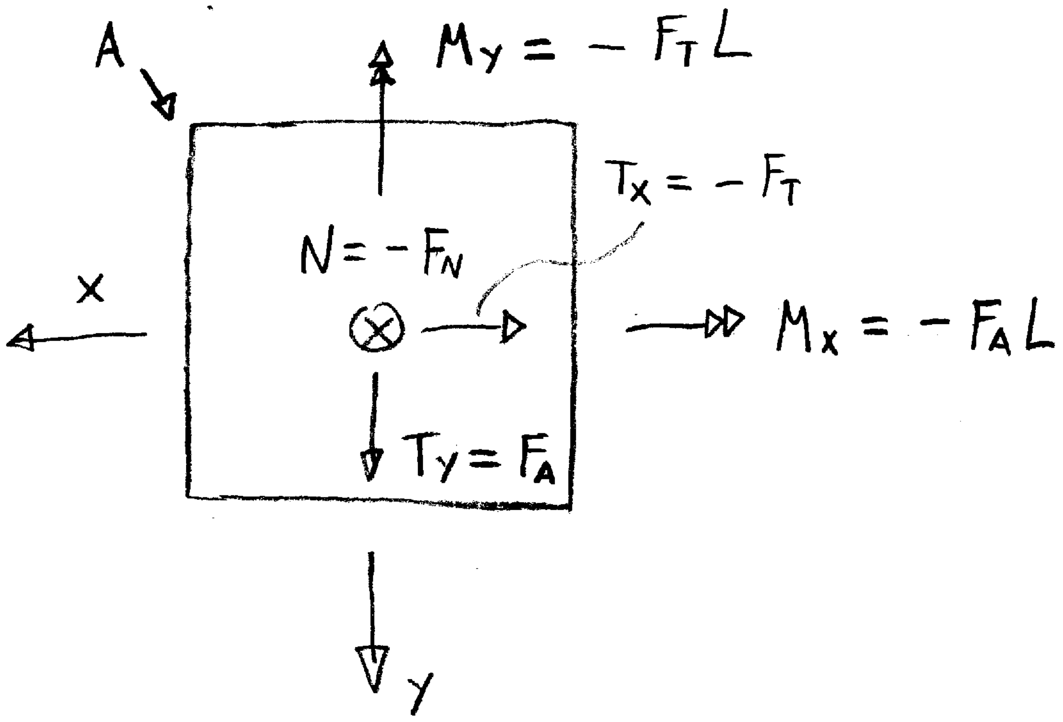
$$W_T = \frac{\pi}{16} \frac{d_e^4 - d_i^4}{d_e}$$

IN ALTRE SEZIONI LA DISTRIBUZIONE DELLE τ E' PIU' COMPLICATA, COMUNQUE LE SEZIONI CARICATE IN MODO SIGNIFICATIVO A TORSIONE SONO DI FORMA CIRCOLARE,

CLASSICO ESEMPIO: UN ALBERO CHE TRASMETTE LA COPPIA AD UNA RUOTA DENTATA

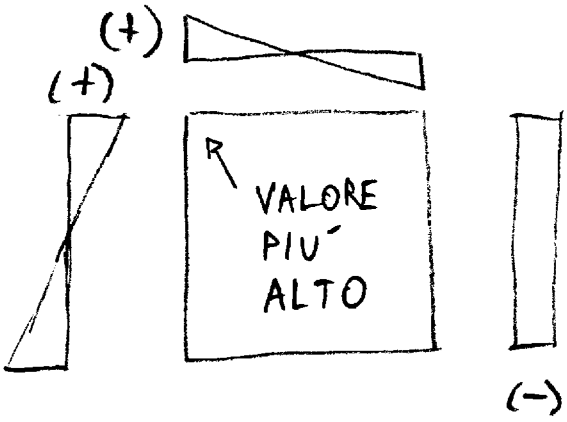
APPLICAZIONE: UTENSILE-TORNIO





SI PUO' CALCOLARE LA TENS. σ NEL PUNTO A

IN CUI E' MASSIMA



$$A = 10 \times 10 = 100 \text{ mm}^2$$

$$W_x = W_y = \frac{1}{6} 10 \times 10^2 = 166.7 \text{ mm}^2$$

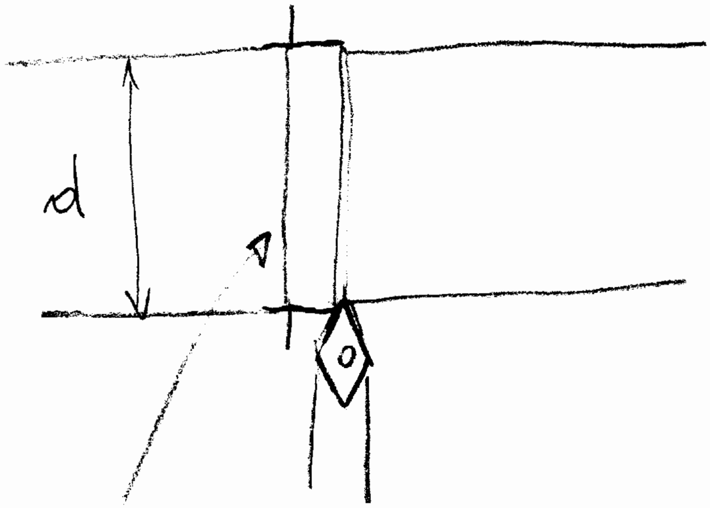
$$\sigma_A = \frac{F_A L}{W_x} + \frac{F_T L}{W_y} - \frac{F_N}{A} = 7.5 \text{ MPa}$$

$$[\text{MPa} = \text{N/mm}^2]$$

E' MOLTO IMPORTANTE LA DIMENSIONE DELLA SEZIONE CHE CONTA AL CUBO,

AD ESEMPIO SE IL LATO DELLA SEZ. DEL PORTAUTENSILE FOSSE 5 mm (INVECE CHE 10 mm): $\sigma_A \rightsquigarrow 59.8$ MPa

— — —



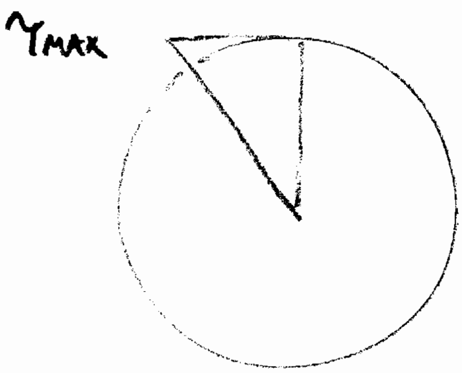
$d = 30$ mm

IN QUESTA SEZIONE SI HA FL. E TORSIONE

TORSIONE

$$W_T = \frac{\pi}{16} d^3 = 5300 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{MAX} = \frac{F_T \, d/2}{W_T} = 0.06 \text{ MPa}$$



VALORE PICCOLISSIMO RISPETTO AI VALORI TIPICI DI RESISTENZA DEI MATERIALI