Università di Pisa - Corso di Specializzazione per il Sostegno

Laboratorio di Matematica

Scuola Secondaria

Leonardo Gnesi

Liceo "G. Marconi" di San Miniato (PI)

leonardo.gnesi@istruzione.it

Marzo – Aprile 2015

Quale matematica possibile?

Dai programmi della Scuola Primaria (1985):

*"...L' educazione matematica contribuisce alla **formazione del pensiero** nei suoi vari aspetti: di **intuizione**, di **immaginazione**, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica e di **smentita**. Essa tende a sviluppare [...] concetti, metodi e atteggiamenti utili a produrre le capacità di ordinare, quantificare e misurare fatti e fenomeni della **realtà** e a formare le abilità per interpretarla criticamente e per intervenire consapevolmente su essa..."*

Quale matematica possibile?

- Scopo dell' educazione matematica è contribuire alla formazione del pensiero, all' interno di un processo globale di crescita. La matematica non è un aspetto marginale del pensiero.
- Intuizione e immaginazione sono altrettanto importanti di astrazione e calcolo. E così ipotizzare, dedurre, controllare, verificare.
- Scopo del lavoro matematico è interpretare la realtà, con i suoi fatti, e intervenire consapevolmente su di essa. Le capacità allo scopo sono: ordinare, quantificare, misurare.

Quale matematica possibile?

- …"Sarebbero sufficienti queste osservazioni per dedurre come sia **assurdo e infruttuoso** dedicarsi ad **apprendimenti mnemonici** di formule o **insistere** su ripetizioni di **esercizi identici**, scollegati da situazioni concrete, che sono invece quelle che fanno crescere in generale la conoscenza sul piano matematico." [1]
- La direzione da seguire ci viene indicata ancora dai programmi del 1985…

Quale matematica possibile?

Dai programmi della scuola primaria (1985):

"...Il pensiero matematico è caratterizzato dalla attività di risoluzione dei problemi e ciò è in sintonia con la propensione del fanciullo a porre domande e a cercare risposte...

...le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscono da esperienze reali del fanciullo ..."

Quale matematica possibile?

Dalle Indicazioni Nazionali (2012):

Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.

Quale matematica possibile?

- Ogni bambino si pone dei problemi e cerca di risolverli: è compito dell' insegnante mettere questa capacità al servizio della crescita delle abilità matematiche.
- Partire dai problemi concreti per arrivare ad appropriarsi dei concetti matematici. Vale per... tutti!
- Davanti a un problema significativo *(2°livello!..)* ogni bambino reagisce facendo ricorso a tutte le proprie abilità. Quindi l' handicap è una condizione di esistenza e non proprio un ostacolo.

Quale matematica possibile?

- L'approccio per problemi è motivante e mobilita maggiori capacità, stimolando l ' attenzione, l' attivazione di competenze acquisite ma anche l' intuizione.
- Attraverso la risoluzione dei problemi, l' insegnante ha la possibilità di conoscere il livello di apprendimento.
- L' approccio per problemi favorisce l' apprendimento per prove ed errori e rafforza la collaborazione con l' insegnante o con altri (educatori, pari, ...): amplia la Z.S.P. (Vygotskij) e non ultimo la socializzazione.

I problemi, of course!

- Risolvere i problemi non significa mai semplicemente eseguire una sequenza di operazioni:

  es. I 160 alunni di una scuola devono effettuare una gita. La ditta di trasporti incaricata offre autobus di 48 posti ciascuno. Quanti autobus sono necessari?

I problemi, of course!

- Risolvere i problemi non significa mai semplicemente eseguire una sequenza di operazioni:

  es. I 160 alunni di una scuola devono effettuare una gita. La ditta di trasporti incaricata offre autobus di 48 posti ciascuno. Quanti autobus sono necessari?

  Soluzione: Il numero degli autobus deve essere intero, e più precisamente il più piccolo intero maggiore o uguale a 160:48 = 3,541... quindi sono necessari 4 autobus.

I problemi!

Riconoscimento di una situazione problematica

Traduzione matematica

Risoluzione matematica

Soluzione del problema

Generalizzare il procedimento

Soluzione di problemi simili

Problemi!

- Ricordare la definizione di Duncker: "un problema c'è quando un essere umano **ha** una meta ma **non sa** come raggiungerla".
- Problema vs. Esercizio. Tipica confusione presente nei libri. Problemi di 3° livello e esercizi: hanno un ruolo importante per impadronirsi di tecniche, consolidarle, automatizzarle, memorizzarle. Ma da nessun esercizio ci dobbiamo aspettare di promuovere apprendimento.

Didattica per problemi

- Una proposta basata su problemi richiede sempre:
- Presupposti **cognitivi**:

- Valutazione delle abilità di partenza;

- Frammentazione dei concetti e delle attività per facilitarne la comprensione;

- Approccio operativo e rispetto dei tempi di apprendimento;

Didattica per problemi

- Progressione del programma legata a un progetto globale di crescita e non alla ripartizione delle singole classi o cicli;

- Scelta di obiettivi prioritari, e quali abilità aggirare nella salvaguardia del risultato complessivo;

Didattica per problemi

- Presupposti **affettivi**:

  - Scelta di situazioni e modalità coinvolgenti e rassicuranti che aiutino l' alunno ad avere fiducia nelle sue abilità e ad esprimere il meglio di sé;

  - Scelta, per le ambientazioni, di situazioni ludiche e di materiali legati alla vita quotidiana;

  - Far svolgere quanto più possibile le attività insieme al gruppo classe, riservando eventuali momenti individuali al consolidamento o all' approfondimento.

La logica

Dai programmi della Scuola Primaria (1985):

*L' educazione logica, **più che oggetto di un insegnamento esplicito e formalizzato**, deve essere argomento di riflessione e di cura continua dell' insegnante a cui spetta il compito di favorire e stimolare lo sviluppo cognitivo del fanciullo, scoprendo tempestivamente eventuali difficoltà e carenze.*

E ancora ....

La logica

Dai programmi della Scuola Primaria (1985):

*La **lingua** è strumento del pensiero, non solo perché lo traduce in parole, ma anche perché **sollecita e agevola lo sviluppo dei processi mentali** che organizzano in varie forme i dati dell' esperienza.*

- Vygotskij, Piaget, Bruner ...
- Di tutt' altro tenore le Indicazioni Nazionali del 2012:

[...]

Gli insiemi

- Il termine *insieme* indica un concetto **primitivo**, cioè uno di quei termini matematici che non si possono definire in termini più semplici.
- Per definire un insieme serve una caratteristica oggettiva.

  es. di caratteristiche oggettive ....

Gli insiemi

- Il termine *insieme* indica un concetto **primitivo**, cioè uno di quei termini matematici che non si possono definire in termini più semplici.
- Per definire un insieme serve una caratteristica oggettiva.

  es. di caratteristiche oggettive ....
- Rappresentazione per caratteristica: A = l' insieme degli animali della fattoria.
- Rappresentazione per elencazione: A = cane, gallina, tacchino,...

Gli insiemi

- Rappresentazione con diagramma di Eulero-Venn:

  traduce la relazione appartenere/non appartenere nella relazione topologica dentro/fuori. Piaget: le relazioni topologiche sono tra le prime ad essere possedute.

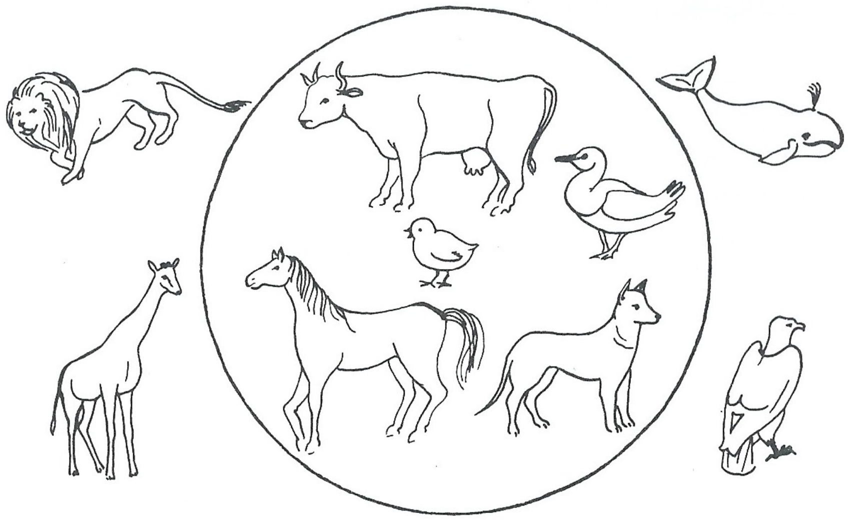


Figura 1 - L' "insieme" degli animali della fattoria rappresentato mediante un diagramma di Eulero-Venn.

Gli insiemi

- Spunto di lavoro: riconoscimento degli insiemi.

Gli insiemi

- Spunto di lavoro: riconoscimento degli insiemi.

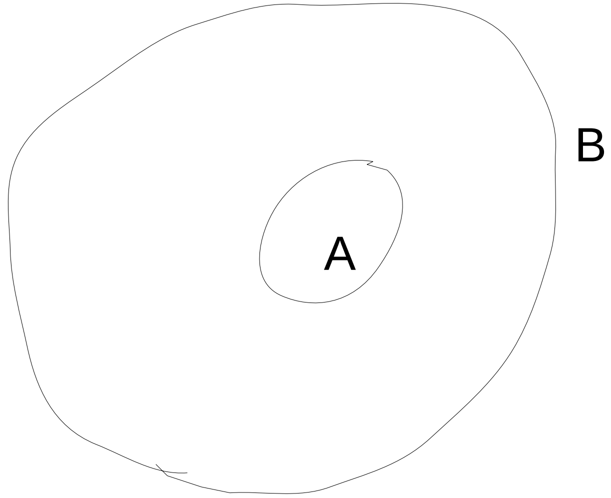
  Il mercato:

  esercitarsi alla compravendita di oggetti (reali, o ritagli di giornale, di volantino ...) attraverso la realizzazione di un mercato. Preparare le bancarelle, e nella fase di suddivisione degli oggetti, evidenziare le modalità di classificazione. La fase di compravendita può avvenire con il baratto, con l' uso di denaro, fiches, 'assegni', sistema di debiti/crediti...

Operazioni tra insiemi

- **Inclusione**: un insieme A è *incluso* in un insieme B se ogni elemento di A appartiene a B. Si dice anche che A è un *sottoinsieme* di B.

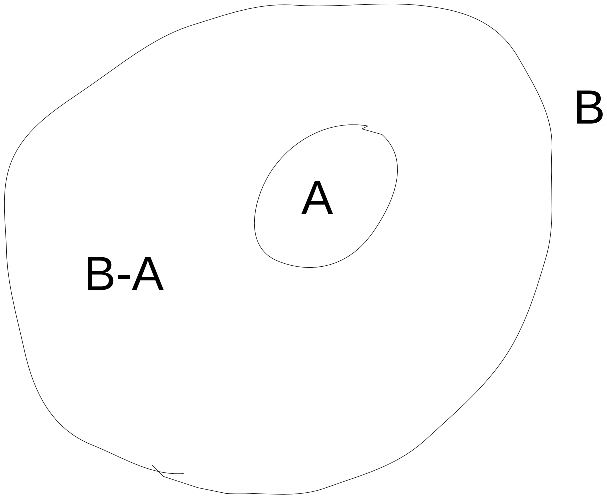
  es. gli animali della fattoria sono inclusi nell' insieme di tutti gli animali.



Operazioni tra insiemi

- **Complementazione**: Dato un insieme A, incluso in un insieme B, è detto *complementare* di A in B l' insieme di tutti gli elementi di B che non stanno in A.

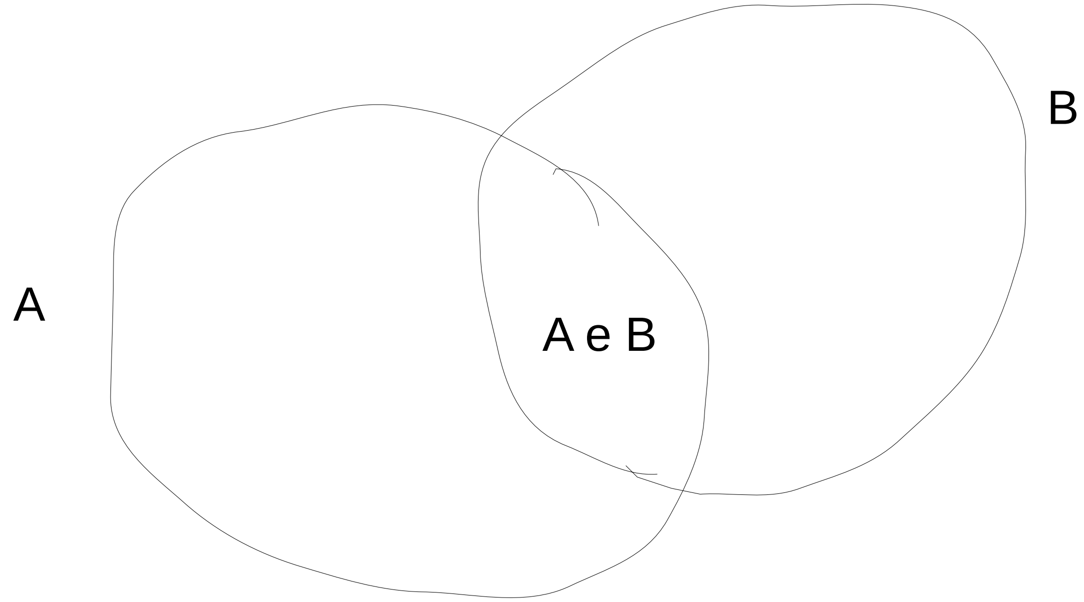
  es. nell' insieme di tutti gli animali vi sono quelli che non stanno nella fattoria. Tale insieme è il complementare degli animali della fattoria.



Operazioni tra insiemi

- **Intersezione**: Dato un insieme A e un insieme B, l' insieme *intersezione* è costituito da tutti gli elementi che sono elementi di A **e** elementi di B.

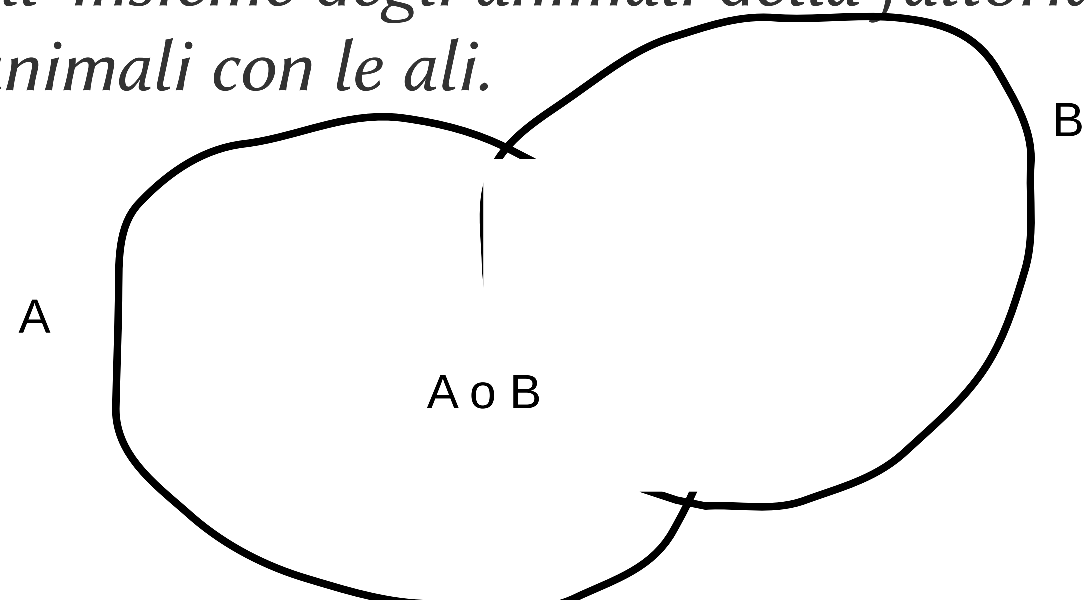
  es. l' insieme degli animali della fattoria e l' insieme degli animali con le ali hanno elementi comuni.



Operazioni tra insiemi

- **Unione**: Dato un insieme A e un insieme B, l' insieme *unione* è costituito da tutti gli elementi che sono elementi di A **o** elementi di B.
- Attenzione alla cardinalità dell' insieme!

es. l' unione dell' insieme degli animali della fattoria e l' insieme degli animali con le ali.



Operazioni tra insiemi

- **Prodotto Cartesiano**: Dati due insieme A e B, il *prodotto cartesiano* A x B è l' insieme costituito da tutte le coppie ordinate in cui il primo elemento è di A e il secondo elemento è di B.

  es. il prodotto tra l' insieme degli animali della fattoria e l' insieme dei numeri può classificare gli animali in base al numero di zampe.

Corrispondenze tra insiemi

- **Corrispondenza**: Dati due insiemi A e B, una *corrispondenza* da A in B è una legge che associa certi elementi di A a certi elementi di B.

es. 1. A = alunni B = insegnanti (molti-molti)

2. A = alunni B = classi (molti-uno)

3. A = alunni B = quaderni (uno-molti)

4. A = alunni B= cartelle (uno-uno)

** - uno è detta **funzione***

*uno-uno è detta **corrispondenza biunivoca***

Corrispondenze tra insiemi

- Spunto di lavoro: con frecce, fili, percorsi fisici,... rappresentare le corrispondenze:

  molti – molti

  uno – molti

  molti – uno

  uno – uno

Corrispondenze tra insiemi

- Spunto di lavoro: giocando con frecce, fili, percorsi fisici, … rappresentare le corrispondenze:

  molti – molti *gli alunni indicano i giochi preferiti e si realizza un cartellone – tabellone;*

  uno – molti *fare la spesa (oggetti veri, o da volantino) seguendo una lista di alcune persone, e scegliendo esattamente gli oggetti richiesti.*

  molti – uno *riconsegnare la spesa ai committenti.*

  In entrambi i casi si realizza un cartellone – tabellone, indicando anche i casi "doppi": una persona chiede più di un oggetto; o un oggetto richiesto da più persone.

Corrispondenze tra insiemi

- Spunto di lavoro: giocando con frecce, fili, percorsi fisici, … rappresentare le corrispondenze:

  uno – uno *ad ogni mestiere il suo oggetto: cartellini tipo memory con mestieri e oggetti da riassociare dopo averli mescolati.Realizzare un cartellone/tabellone finale.*

Corrispondenze tra insiemi

- Se A = B la corrispondenza è detta **relazione.**
- Relazione di **equivalenza**: ha le proprietà riflessiva, simmetrica, transitiva. Forma una **partizione** dell' insieme, che risulta così suddiviso in **classi.**

  es. figure geometriche che hanno lo stesso volume; persone nate lo stesso giorno; persone con lo stesso cognome; ...
- Relazione di **ordine**: ha le proprietà antisimmetrica e transitiva. Forma un **ordinamento** nell' insieme.

  es. ordinamento dei numeri; essere più grandi di..; un evento precede..; ...

Corrispondenze tra insiemi

- Spunto di lavoro:

  - costruire alcune relazioni di equivalenza e le relative partizioni: ...

  - costruire relazioni d' ordine: ...

Corrispondenze tra insiemi

- Spunto di lavoro:

  - costruire alcune relazioni di equivalenza e le relative partizioni: *indagine su cibo (o gioco, o ...) preferito dai compagni, poi creare cartellone/tabellone con frecce che rappresentino le relazioni; suddividersi in classi di equivalenza o rappresentarle con altro cartellone; istogrammi con Lego per ordinare le partizioni...*

  - costruire relazioni d' ordine: *ricostruire la giornata mediante l' ordinamento di vignette...*

Bibliografia incompleta

[1] A. Contardi, M. Pertichino, B. Piochi "*Matematica possibile*", Del Cerro, Pisa (2004).